

เลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ(Rational Exponents)		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<p><u>ผลการเรียนรู้</u> นำทฤษฎีของเลขยกกำลังมาใช้บวก ลบ คูณ ทหาร แก่สมการในรูปเลขยกกำลังหรือจำนวนที่ติดกรณฑ์ที่สอง และเขียนกราฟ บอกโดเมน เรนจ์ ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมได้</p> <p><u>Learning outcomes.</u> The theory of exponents used deliberate and solve equations in exponents or the number of square root and write graph , find the domain and range of exponential functions and logarithm functions.</p>		
<p><u>จุดประสงค์ปลายทาง</u> หาค่าเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้</p> <p><u>Intended destination</u> Find the values of the rational exponents.</p>		
ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ Instructor. Mrs. Malaiporn uasuan		

Name Class.No.....
 %%%%%%%%%%

Definition 1 เมื่อ a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 และ a มีรากที่ n แล้ว $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Example 1 Find the results of followings.

- | | |
|---|--|
| 1) $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ | 2) $2^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$ |
| 3) $(-2)^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$ | 4) $(-5)^{\frac{1}{7}} = \dots\dots\dots$ |
| 5) $(\pi)^{\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$ | 6) $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 = 4$ |
| 7) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$ | 8) $32^{\frac{1}{5}} = \dots\dots\dots$ |

จากนิยาม $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ ดังนั้น $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{1}{n} \cdot n} = a$ แล้ว $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ด้วย แสดงว่า $a^{\frac{1}{n}}$ เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ a

Definition 2 ให้ a เป็นจำนวนจริง m, n เป็นจำนวนเต็มโดยที่ $(m,n) = 1, n > 0$ และ

$$a^{\frac{1}{n}} \in \mathbb{R} \text{ โดยที่ } m < 0 \text{ แล้ว } a \text{ ต้องไม่เป็น } 0 \quad \text{แล้ว} \quad a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}} \right)^m$$

Alternate Example 2 Find the results of followings.

$$(4)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{4^2} \right)^3 = \left(\frac{1}{2^2} \right)^3 = 2^3 = 8 \quad \text{หรือ} \quad (\sqrt{4})^3 = 2^3 = 8$$

1) $27^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$

2) $(-125)^{\frac{4}{3}} = \dots\dots\dots$

Definition 3 ให้ m,n เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์และหาค่า

$$a^{\frac{1}{n}} \text{ ได้แล้ว } a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$$

Alternate Example 3 Find the results of followings.

$$(5)^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

1) $(9)^{\frac{-3}{2}} = \dots\dots\dots$

2) $(-64)^{\frac{-2}{3}} = \dots\dots\dots$

Definition 4 ให้ m,n เป็นจำนวนเต็มโดยที่ $n > 0$ ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่หาค่า

$$a^{\frac{1}{n}} \text{ ได้แล้ว } a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}} \right)^m \quad \text{โดยที่ } m \leq 0 \text{ แล้ว } a \neq 0$$

Alternate Example 4 Find the results of followings.

$$8^{\frac{2}{3}} = \left[(8)^{\frac{1}{3}} \right]^2 = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 \quad \text{หรือ} \quad \left(8^{\frac{1}{3}} \right)^2 = \left((2^3)^{\frac{1}{3}} \right)^2 = (2^2) = 4$$

1) $(4)^{\frac{-3}{2}} = \dots\dots\dots$

2) $(-27)^{\frac{-2}{3}} = \dots\dots\dots$

2.สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ Properties of Rational Exponents

Theorem 1 ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้ a^n เป็นจำนวนจริงแล้ว a^n จะมีรากที่ m

Proof กำหนดให้ a มีรากที่ m

ให้ x เป็นค่าหลักของรากที่ m ของ a

$$\therefore x = \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$$

ต้องพิสูจน์ว่า x^n เป็นรากที่ m ของ a^n

$$\begin{aligned} (x^n)^m &= x^{mn} \\ &= (x^m)^n \quad \text{แต่ } x = a^{\frac{1}{m}} \\ &= \left(\frac{1}{a^m} \right)^n = a^{\frac{1}{m} \cdot m \cdot n} \\ &= a^n \end{aligned}$$

$\therefore x^n$ เป็นรากที่ m ของ a^n ดังนั้น a^n มีรากที่ m

Alternate Example 2

1) เนื่องจาก 25 เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่สองและ 5 เป็นค่าหลักรากที่สอง ของ 25

ดังนั้น 5^3 เป็นค่าหลักรากที่สองของ 25^3 ด้วย

2) เนื่องจาก -27 เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่สามและ -3 เป็นค่าหลักรากที่สาม ของ -27

ดังนั้น $(-3)^2$ เป็นค่าหลักรากที่สาม ของ $(-27)^2$ ด้วย

Theorem 2 ถ้า m และ n เป็นจำนวนตรรกยะและ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^m, b^n, a^n เป็นจำนวนจริงแล้ว

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$
3. $(ab)^n = a^n b^n$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$
5. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$

Alternate Example 1

$$5^{\frac{1}{3}} - 40^{\frac{1}{3}} + 625^{\frac{1}{3}} + 15\left(\frac{27}{25}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Solution } 5^{\frac{1}{3}} - (8 \cdot 5)^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{4}{3}} + 3 \cdot 5\left(\frac{3^3}{5^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 5^{\frac{1}{3}} - 8^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 5 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + \frac{5 \cdot 3 \cdot 3}{5^{\frac{2}{3}}}$$

$$= 5^{\frac{1}{3}} - 2 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 5 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 9 \cdot 5^{\frac{1}{3}}$$

$$= (1 - 2 + 5 + 9) 5^{\frac{1}{3}}$$

$$= 13 \cdot 5^{\frac{1}{3}}$$

Personal Skills 1

Rational Exponents

Learning outcomes. The theory of exponents used deliberate and solve equations in exponents or the number of square root and write graph , find the domain and range of exponential functions and logarithm functions.

Intended destination Find the values of the rational exponents.

Name Class.No.....group.....

Name of team



I am ready to study rational exponents .

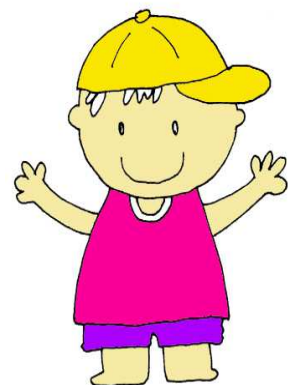
Find the value of each expression(10 points)



Problem	Answer(solution)
1) $(-1)^{\frac{1}{2}}$	
2) $27^{\frac{2}{3}}$	
3) $(-32)^{\frac{3}{5}}$	

Problem	Answer(solution)
4) $(-125)^{-\frac{1}{3}}$	
5) $(-27)^{\frac{2}{3}}$	
6) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$	
7) $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$	
8) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$	
9) $\left(\frac{x^{-4}}{4y^6}\right)^{\frac{1}{2}}$	
10) $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{3}{2}}}\right)^3$	

When finished. To change the practice with a friend check the accuracy. You have to do is greater than or equal to 75 percent



Summary score

Score 10 points made points

Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan

แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง เลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

ชื่อกลุ่ม

น้อง ๆ หากำลังเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะให้ได้นะคะ



ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์



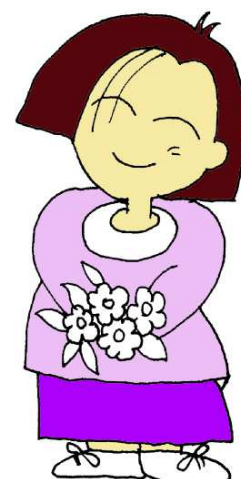
เรามาลองทำแบบฝึกทักษะกันเลยนะคะ

จงทำให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ (10 คะแนน)

ปัญหา	คำตอบ
1) $\sqrt[4]{-81}$	
2) $(0.25)^{\frac{3}{2}}$	
3) $(32)^{\frac{-3}{5}}$	

ปัญหา	คำตอบ
4) $(0.027)^{\frac{2}{3}}$	
5) $16^{-\frac{1}{4}}$	
6) $\left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{2}{3}}$	
7) $\left(-\frac{1}{216}\right)^{\frac{2}{3}}$	
8) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$	
9) $\left(\frac{27x^3}{y^6}\right)^{\frac{2}{3}}$	
10) $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2$	

ทำให้เสร็จแล้วจะได้เปลี่ยนกับ
เพื่อนตรวจความถูกต้อง
ต้องถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 75



สรุปผลการปฏิบัติกิจกรรม

คะแนนเต็ม 10 คะแนน ผ่าน (ตั้งแต่ 7.5 คะแนนขึ้นไป) ทำได้ คะแนน

แบบฝึกหัดจากแบบเรียน

แบบฝึกหัด 1.3 หน้า 21 ข้อ 1,2

1. จงหาค่าของ

1) $27^{\frac{2}{3}}$

2) $16^{\frac{-1}{4}}$

3) $(0.25)^{\frac{3}{2}}$

4) $(0.027)^{\frac{2}{3}}$

5) $\left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{2}{3}}$

6) $(-125)^{\frac{-1}{3}}$

7) $(-27)^{\frac{2}{3}}$

8) $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$

9) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$

10) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$

2. ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนบวก

1) $\left(\frac{x^{-4}}{4y^6}\right)^{\frac{1}{2}}$

2) $\left(\frac{27x^3}{y^6}\right)^{\frac{2}{3}}$

3) $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{-\frac{3}{2}}}\right)^3$

4) $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2$

5) $\left(\frac{125x^3y^4}{27x^{-6}y}\right)^{\frac{1}{3}}$