

Graph Theory (ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น)		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 7 วิทยาศาสตร์	วิชา ค32202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<u>Learning outcomes</u> Graph given vertex , edge and find degree circuit path cycle that any graph is Eulerian Graph		
<u>Intended destination</u> Write graph when the vertices and edges		
Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan		

Name ..... Class. ....No.....

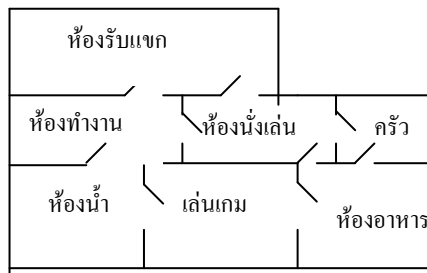
บทนิยามของกราฟและตัวอย่างกราฟ

1.กราฟ

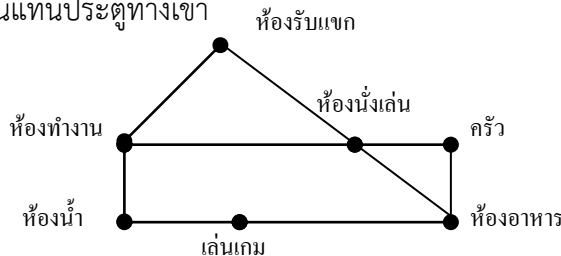
2.ปัญหาต่างๆที่สามารถจำลองสถานการณ์ได้ด้วยกราฟและสามารถใช้กราฟในการวิเคราะห์

ขั้นตอนวิธีแก้ไขปัญหา และ ค้นหาคำตอบ

Example\_1 แปลนบ้านชั้นล่างของบ้านหลังหนึ่งเป็นดังนี้



เราสามารถสร้างแบบจำลองในการแสดงว่ามีห้องใดบ้างที่มีทางเข้าออกร่วมกัน โดยให้จุดแทน ห้อง เส้นแทนประตูทางเข้าออก ได้ดังนี้



โครงสร้างแบบจำลองประกอบด้วย.....

Example 2 สมมุติว่าเรามีตะกร้าผลไม้ใบหนึ่ง ซึ่งมี แอปเปิล ส้ม กล้วย และมะม่วง อย่างละ 1 ผล และมีเด็ก 4 คน คือ กิจ ยู ยอดและ หนึ่ง เราทราบว่า กิจชอบกินกล้วยและมะม่วง ยูชอบแอปเปิลและกล้วย ยอดชอบส้มและมะม่วง หนึ่งชอบแอปเปิลและส้ม (นักเรียนร่วมกันคิดแก้ปัญหาแล้วนำเสนอ)

1.จงสร้างแบบจำลองโดยใช้จุดแทน คนและผลไม้ เส้น แทน ความชอบของคนต่อผลไม้  
solution 1

2.อยากทราบว่า ควรแจกผลไม้ให้เด็ก 4 คนอย่างไรโดยที่เด็กแต่ละคนได้รับผลไม้ที่ตนเองชอบ  
solution 2 แจกผลไม้ให้เด็กๆได้.....วิธีดังนี้

กิจ ได้รับ..... ยู ได้รับ..... ยอด ได้รับ..... หนึ่ง ได้รับ.....

**Definition 1** กราฟ  $G$  คือคู่อันดับ  $(V(G), E(G))$  ประกอบด้วยเซตจำกัด 2 เซต ซึ่ง

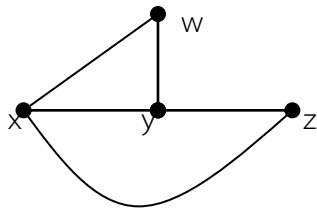
$V(G)$  เป็นเซตของจุดที่ไม่เป็นเซตว่าง เราเรียกว่าจุดยอด (vertex) โดยที่  $G$  มีจุดอย่างน้อย 1 จุด

$E(G)$  เป็นเซตของเส้นซึ่งเส้นแต่ละเส้นคือคู่อันดับที่ไม่เป็นอันดับ เราเรียกว่า เส้นเชื่อม (edge) โดยที่เส้นแต่ละเส้นนี้เชื่อมระหว่างจุด 2 จุดใดๆใน  $V(G)$

ใช้สัญลักษณ์  $|V(G)|$  แทนจำนวนจุดยอดใน  $G$  ใช้สัญลักษณ์  $|E(G)|$  แทนจำนวนเส้นเชื่อมใน  $G$

**Example 3**

1) กำหนดกราฟของ  $S$  ดังรูป



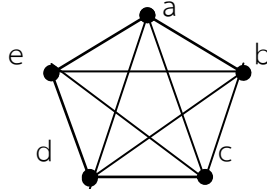
1) จะได้ว่า  $V(S)$  คือจุดยอดในกราฟ  $S$  คือ  $w, x, y$  และ  $z$

$E(S)$  คือ เส้นเชื่อมในกราฟ  $S$  คือ  $wx, wy, xy, xz$  และ  $yz$

ดังนั้น  $V(S) = \{w, x, y, z\}$   $|V(S)| = 4$

$E(S) = \{wx, wy, xy, xz, yz\}$   $|E(S)| = 5$

2) กำหนดกราฟ  $T$  ดังรูป



จะได้ว่า  $V(T)$  คือจุดยอดในกราฟ  $T$

$V(T) = \dots\dots\dots$

$E(T)$  คือ เส้นเชื่อมในกราฟ  $T$

$E(T) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$|V(T)| = \dots\dots\dots$   $|E(T)| = \dots\dots\dots$

**แบบฝึกหัด**

**ตอนที่ 1**

1) คนงาน 6 คน มีคุณสมบัติที่จะทำงาน 6 งาน ดังตาราง

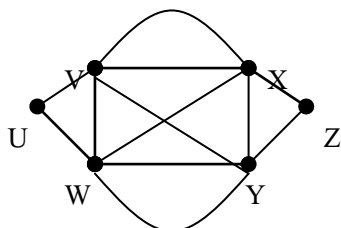
คน \ งาน	ผสมปูน	โปกปูน	ก่ออิฐ	ทาสี	ขนดิน	ขับรถ
ดำ	/			/		/
แดง	/		/	/		
ขาว		/		/	/	
เขียว	/		/			
เหลือง						/
ส้ม		/				

จงสร้างแบบจำลองสถานการณ์  
นักเรียนคิดว่าทุกคนมีงานทำหรือไม่  
ถ้ามีงานทำ จะมีการมอบหมายงาน  
ให้ทุกคนทำอย่างไร

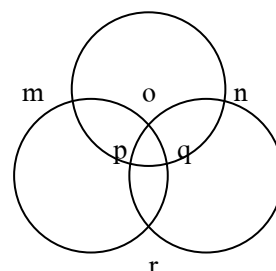
2) ให้นักเรียนยกตัวอย่างเหตุการณ์หรือปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันมา 1 ตัวอย่าง ซึ่งสามารถจำลองได้ด้วยกราฟ (สร้างโจทย์ สร้างแบบจำลองสถานการณ์)

3) จากกราฟที่กำหนดให้ จงหา  $V(G)$  และ  $E(G)$  ใดๆ

ก.



ข.



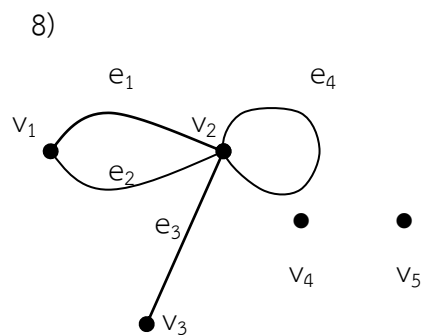
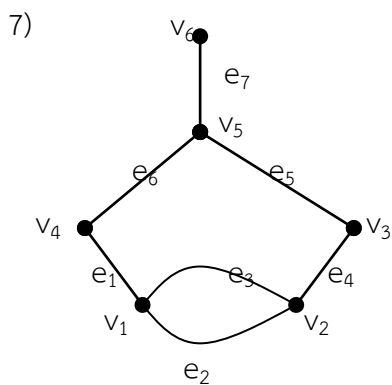
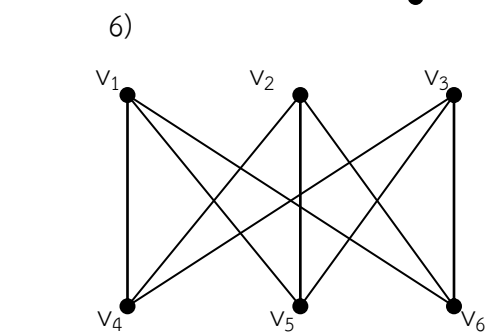
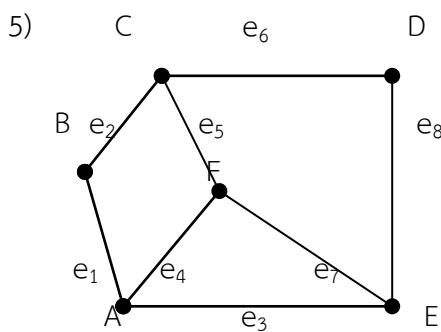
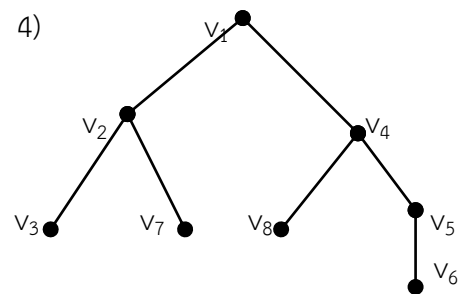
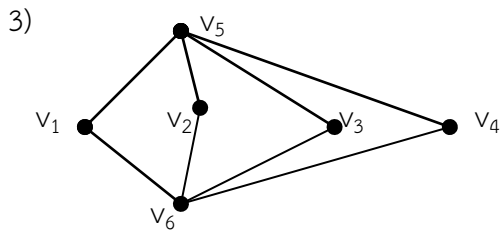
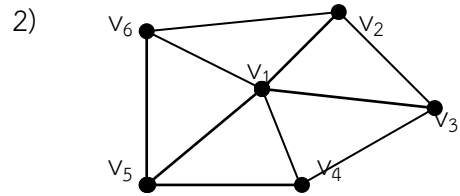
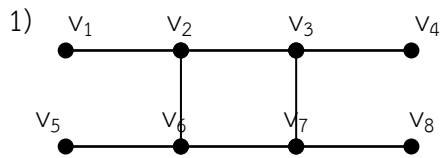
4) จงวาดกราฟ  $G$  ใดๆ ต่อไปนี้ เมื่อกำหนด  $V(G)$  และ  $E(G)$  ใดๆ ดังนี้

ก.  $V(G) = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$  และ  $E(G) = \{ 12, 15, 25, 34 \}$

ข.  $V(G) = \{ a, b, c, d, e, f \}$  และ  $E(G) = \{ ab, ab, cd, de, ef, af, ce \}$

ตอนที่ 2

1. จงหา  $V(G)$  และ  $E(G)$  ของกราฟ  $G$  ที่กำหนดให้



2.. จงเขียนแผนภาพของกราฟ  $G$  เมื่อกำหนดให้

1)  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$        $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_3v_3\}$

2)  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$        $E(G) = \{v_1v_2, v_2v_3, v_2v_4, v_4v_4\}$

3)  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$        $E(G) = \{v_1v_3, v_2v_4, v_2v_6, v_3v_5, v_3v_6, v_4v_5, v_4v_6\}$

4)  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$        $E(G) = \{v_1v_1, v_1v_2, v_2v_3, v_2v_4, v_3v_3, v_3v_4, v_4v_4\}$

5)  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$        $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_4, v_4v_4\}$

- 6)  $V(G) = \{a,b,c,d\}$                        $E(G) = \{ab,cd,bd,bc\}$   
 7)  $V(G) = \{e,f,g,h,i,j\}$                        $E(G) = \{eh,ej,hi,ij,fh,hj\}$   
 8)  $V(G) = \{k,m,n,p,q,r\}$                        $E(G) = \{km,mp,kp,qr\}$

3. ที่จอดรถแห่งหนึ่งมีรถจอดประจำ 6 คันในช่วงเวลาต่างๆดังนี้

คันที่ 1 จอดเฉพาะเวลา 7 นาฬิกาถึง 15 นาฬิกา

คันที่ 2 จอดเฉพาะเวลา 12 นาฬิกาถึง 21 นาฬิกา

คันที่ 3 จอดเฉพาะเวลา 3 นาฬิกาถึง 13 นาฬิกา

คันที่ 4 จอดเฉพาะเวลา 16 นาฬิกาถึง 24 นาฬิกา

คันที่ 5 จอดเฉพาะเวลา 8 นาฬิกาถึง 18 นาฬิกา

คันที่ 6 จอดเฉพาะเวลา 22 นาฬิกาถึง 8 นาฬิกา ของวันถัดไป

1) จงจำลองปัญหานี้ด้วยกราฟ โดยให้จุดยอดแทนรถแต่ละคันและจุดยอด 2 จุดมีเส้นเชื่อมก็ต่อเมื่อรถที่แทนด้วยจุดยอดทั้งสองมีช่วงเวลาจอดรถซ้อนกัน

2) จากแผนภาพของกราฟที่ได้จงหาว่าที่จอดรถแห่งนี้ต้องเตรียมพื้นที่จอดรถไว้อย่างน้อยที่สุดสำหรับรถกี่คันเนื้อที่ทุกคันจะสามารถจอดได้ ณ ขณะเวลาใดๆ

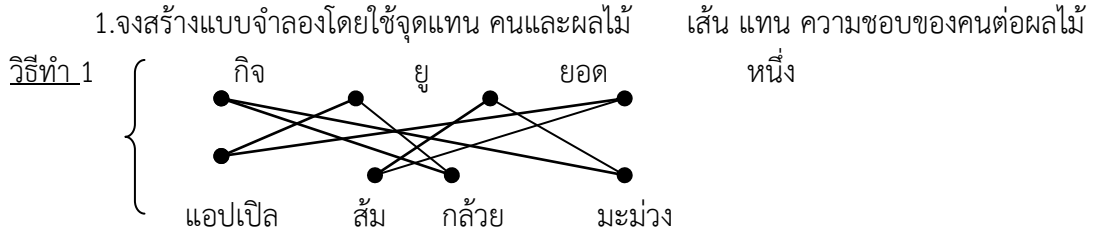
4. 1) จงเขียนกราฟโดยที่จุดยอด 6 จุดซึ่งแทนประเทศต่างๆดังนี้ ไทย ลาว กัมพูชา พม่า มาเลเซีย และเวียดนามและจุดยอด 2 จุดมีเส้นเชื่อมก็ต่อเมื่อประเทศที่มีจุดยอดทั้งสองมีอาณาบริเวณติดต่อกัน

2) ถ้าต้องการระบายสีแผนที่ของประเทศทั้งหมดโดยที่ประเทศที่มีอาณาบริเวณติดต่อกันต้องระบายสีคนละสีจะต้องใช้สีอย่างน้อยกี่สี

Answer Guidance document 20

โครงสร้างแบบจำลองประกอบด้วย.....(จุดยอด เส้นเชื่อม).....

ตัวอย่างที่ 2



2.อยากทราบว่า ควรแจกผลไม้ให้เด็ก 4 คนอย่างไรโดยที่เด็กแต่ละคนได้รับผลไม้ที่ตนเองชอบ

วิธีทำ 2 แจกผลไม้ให้เด็กๆได้ดังนี้

กิจ ได้รับ (กล้วย)      ยู ได้รับ(แอปเปิล)      ยอด ได้รับ(มะม่วง)      หนึ่ง ได้รับ(ส้ม)  
 หรือ กิจ ได้รับ (มะม่วง)      ยู ได้รับ(กล้วย)      ยอด ได้รับ(ส้ม)      หนึ่ง ได้รับ(แอปเปิล)

ตัวอย่างที่ 3

ข้อ 2

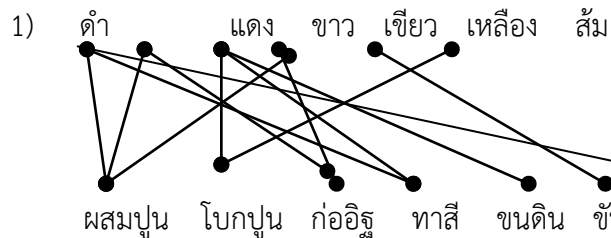
จะได้ว่า  $V(t)$  คือจุดยอดในกราฟ  $T$  คือ  $\dots(a,b,c,d,e)$

$E(T)$  คือ เส้นเชื่อมในกราฟ  $T$  คือ  $\dots(ab,ac,ad,ae,be,bc,bd,ce,cd,de)$

$|V(t)| = \dots\{ a,b,c,d,e \} \dots\dots |E(t)| = \dots\{ ab,ac,ad,ae,be,bc,bd,ce,cd,de \} \dots\dots$

เฉลยแบบฝึกหัดจากเอกสารหมายเลข 20(ทฤษฎีกราฟ)

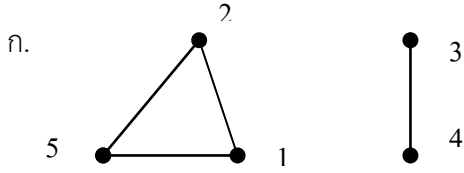
ตอนที่ 1

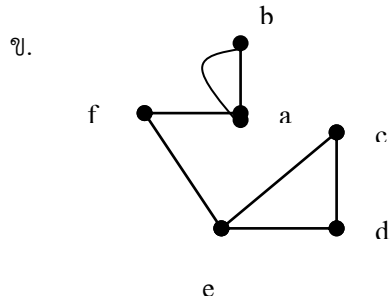


- 1.1 ดำผสมปูน      แดงทาสี      ขาวขนดิน      เขียวก่ออิฐ      เหลืองขับรถ      ส้มโบกปูน
- 1.2 ดำทาสี      แดงก่ออิฐ      ขาวขนดิน      เขียวผสมปูน      เหลืองขับรถ      ส้มโบกปูน
- 1.3 ดำทาสี      แดงผสมปูน      ขาวขนดิน      เขียวก่ออิฐ      เหลืองขับรถ      ส้มโบกปูน

- 3) ก.  $V(G) = \{ U, V, W, X, Y, Z \}$  ,  $|V(G)| = 6$   
 $E(G) = \{ UV, UW, UX, UY, VW, VX, VY, XW, XY, XZ, WY, YZ \}$        $|E(G)| = 12$   
 ข.  $V(G) = \{ m, n, o, p, q, r \}$        $|V(G)| = 6$   
 $E(g) = \{ mn, mo, mp, mr, on, op, oq, ng, nr, pq, pr, pr \}$  ,       $|E(g)| = 12$

4)





ตอนที่ 2

1)

1.1  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$

$E(G) = \{v_1v_2, v_2v_3, v_3v_4, v_2v_6, v_3v_7, v_5v_6, v_6v_7, v_7v_8\}$

1.2  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

$E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_1v_6, v_2v_3, v_2v_5, v_2v_6, v_3v_4, v_4v_5, v_4v_6, v_5v_6\}$

1.3  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$

$E(G) = \{v_1v_5, v_1v_6, v_2v_5, v_2v_6, v_3v_5, v_3v_6, v_4v_5, v_4v_6, v_5v_6\}$

1.4  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$

$E(G) = \{v_1v_2, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_7, v_4v_5, v_4v_8, v_5v_6\}$

1.5  $V(G) = \{A, B, C, D, E, F\}$

$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$

1.6  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$

$E(G) = \{v_1v_4, v_1v_5, v_1v_6, v_2v_4, v_2v_5, v_2v_6, v_3v_4, v_3v_5, v_3v_6\}$

1.7  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$

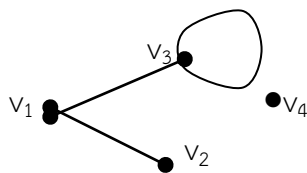
$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

1.8  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$

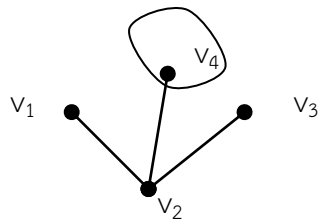
$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

2.

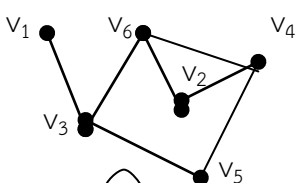
2.1)



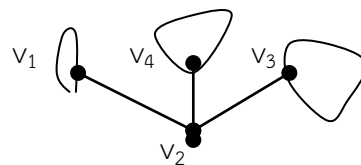
2.2)



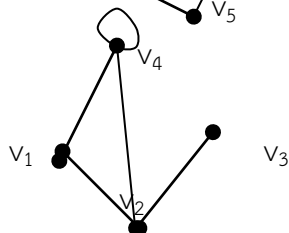
2.3)



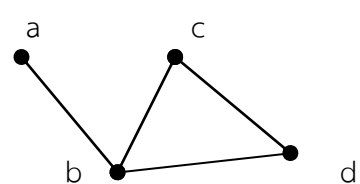
2.4)



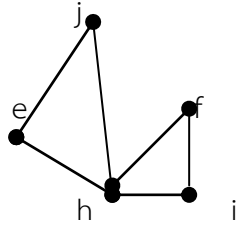
2.5)



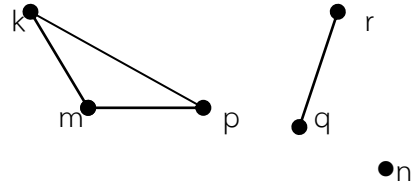
2.6)



2.7)



2.8)



3.

1)  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$

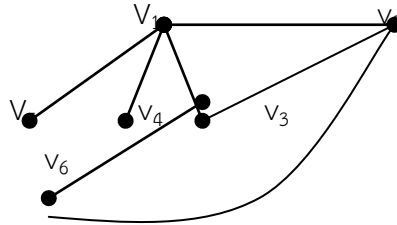
$E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_5, v_1v_6, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_3v_5, v_4v_5, v_5v_6\}$

2)  $v_1v_4, v_2v_6, v_3, v_5$  จำนวน 4 คั่น

3.

1)  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  เป็นจุดแทนไทย ลาว กัมพูชา พม่า มาเลเซีย เวียดนาม

$E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_2v_3, v_2v_6, v_3v_6\}$



2) ใช้สีต่างกัน 3 สี