

Circuit , Path and Cycle		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 7 วิทยาศาสตร์	วิชา ค32202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<u>Learning outcomes</u> Graph given vertex , edge and find degree circuit path cycle that any graph is Eulerian Graph		
<u>Intended destination</u> Solve this problem by used knowledge in circuit path cycle		
Instructor. Mrs. Malaiporn uasawan		

Name ..... Class. ....No.....

%%%%%%%%%

**วงจร (circuit) วิธี(path)และวัฏจักร( cycle)**

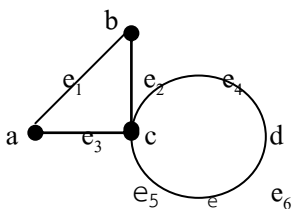
Definition 1 ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดใดๆในกราฟ  $G$

แนวเดิน  $u-v$  ( $u-v$  walk) ใน  $G$  คือลำดับจำกัดของจุดยอดและเส้นเชื่อมสลับกันโดยเริ่มต้นด้วยจุดยอด  $u$  และสิ้นสุดด้วยจุดยอด  $v$  และแต่ละเส้นเชื่อมในลำดับจะเกิดกับจุดยอดที่อยู่หน้าและหลังของเส้นเชื่อมนั้น ความยาวของแนวเดิน  $u-v$  คือจำนวนของเส้นเชื่อมในแนวเดิน  $u-v$

แนวเดิน  $u-v$  เป็นแนวเดินปิด(closed walk) เมื่อ  $u=v$

แนวเดิน  $u-v$  เป็นแนวเดินเปิด(open walk) เมื่อ  $u \neq v$

Example 1 จากกราฟ



จะได้ทางเดิน  $a-d$  คือลำดับ

$a, e_3, c, e_4, d$  มีความยาว 2

$a, e_1, b, e_2, c, e_4, d$  มีความยาว.....

$a, e_3, c, e_5, e, e_6, d$  มีความยาว.....

$a, e_1, b, e_2, c, e_5, e, e_6, d$  มีความยาว.....

Definition 2

1) แนวเดิน  $u-v$  ( $u-v$  walk) เป็นรอยเดิน  $u-v$  ( $u-v$  trail) ไม่ซ้ำ เมื่อเส้นเชื่อมในทางเดิน  $u-v$  ไม่ซ้ำกัน

2) วิธี  $u-v$  ( $u-v$  path) คือแนวเดินในกราฟที่จุดยอดทั้งหมดแตกต่างกัน เช่น  $a,b,e,d$

**path**

A path is a sequence of consecutive edges in a graph and the length of the path is the number of edges traversed.

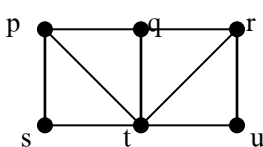
3) วงจร(circuit) คือรอยเดินที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน เช่น  $a,b,c,e,d,c,a$

**circuit**

A circuit is a path which ends at the vertex it begins (so a loop is an circuit of length one).

4) วัฏจักร(cycle)คือวงจรที่ไม่มีจุดยอดซ้ำกันยกเว้นจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย เช่น  $a,b,c,a$

Example 2 จงพิจารณากราฟต่อไปนี้

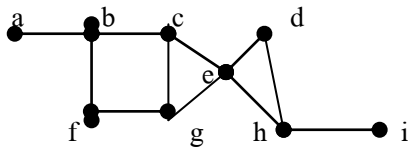


พิจารณา ลำดับของทางเดิน  $s-u$  ต่อไปนี้

ลำดับ  $s,p,q,t,p,q,r,u$  ใช้เส้น  $pq$  ซ้ำไม่เป็นวิถี เพราะ ใช้จุด  $p$  และ  $q$  ซ้ำ

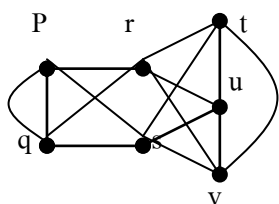
ลำดับ s,p,t,q,r,u ไม่มีเส้นเชื่อมใดถูกใช้ซ้ำ no path เพราะ .....  
 ลำดับ s,p,t,q,r,u เป็น path เพราะ เป็นทางเดินไม่ซ้ำ ไม่มีจุดใดถูกใช้ซ้ำเลย  
Remark every cycle is circuit but circuit is not always cycle

Example 3 ให้กราฟ ดังรูป



จะได้ว่า ทางเดินไม่ซ้ำ a-h มีความยาว 5 ได้แก่ a,b,c,e,d,h  
 ทางเดินไม่ซ้ำ g-f มีความยาว 4 ได้แก่.....  
 ทางเดินไม่ซ้ำแบบปิด e-e มีความยาว 5 ได้แก่ e,c,b,f,g,e  
 วิธี a-h มีความยาว 5 ได้แก่ a,b,c,e,d,h  
 วิธี g-f มีความยาว 4 ได้แก่ .....

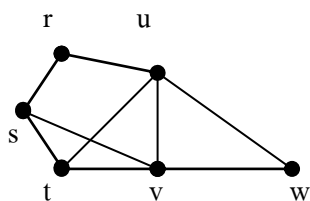
Example 4 จงพิจารณากราฟต่อไปนี้ว่าเป็น circuit or cycle หรือไม่เพราะเหตุใด



sequence of p,r,v,u,r,q,p circuit because No repeat edge  
 No cycle because repeat vertex( r )  
 sequence of p,q,s,t,r,u,s,p .....  
 sequence of p,s,v,u,t,r,p .....  
 sequence of p,r,u,s,q,p.....  
 sequence of p,q,r,u,r,p.....

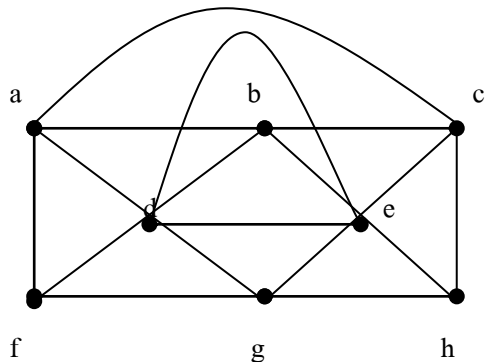
แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1) จากกราฟต่อไปนี้จงหา



- 1.1) แนวเดิน r-v ที่มีความยาว 4
- 1.2) ทางเดินปิด w-w ที่มีความยาว 5
- 1.3) ทางเดินไม่ซ้ำ u-v ที่มีความยาว 3
- 1.4) ทางเดินปิดไม่ซ้ำ t-t ที่มีความยาว 4
- 1.5) วิธี s-w ที่มีความยาว 5
- 1.6) วิธี r-v ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

2) จากกราฟต่อไปนี้ให้นักเรียนหา วงจรและวัฏจักรมาอย่างละ 1 ลำดับ



## Answer Guidance document 22

### ตัวอย่างที่ 1

จะได้ทางเดิน a-d คือลำดับ

a , e<sub>3</sub> , c , e<sub>4</sub> , d                      มีความยาว 2

a , e<sub>1</sub> , b , e<sub>2</sub> , c , e<sub>4</sub> , d                      มีความยาว.....(3)

a , e<sub>3</sub> , c , e<sub>5</sub> , e , e<sub>6</sub> , d                      มีความยาว..... (3)

a , e<sub>1</sub> , b , e<sub>2</sub> , c , e<sub>5</sub> , e , e<sub>6</sub> , d                      มีความยาว.....(4)

### ตัวอย่างที่ 2

ลำดับ s,p,t,q,r,t,u ไม่มีเส้นเชื่อมใดถูกใช้ซ้ำ ไม่เป็นวิถี เพราะ ...(ใช้จุดซ้ำ).....

### ตัวอย่างที่ 3

จะได้ว่า ทางเดินไม่ซ้ำ a-h มีความยาว 5 ได้แก่ a,b,c,e,d,h

ทางเดินไม่ซ้ำ g-f มีความยาว 4 ได้แก่...(g,e,c,b,f).....

ทางเดินไม่ซ้ำแบบปิด e-e มีความยาว 5 ได้แก่ e,c,b,f,g,e

วิถี a-h มีความยาว 5 ได้แก่ a,b,c,e,d,h

วิถี g-f มีความยาว 4 ได้แก่ .....(g,e,c,b,f).....

### ตัวอย่างที่ 4

ลำดับ p,r,v,u,r,q,p เป็น วงจร เพราะ ใช้เส้นไม่ซ้ำ ไม่เป็น วิถีจักร เพราะใช้จุด r ซ้ำ

ลำดับ p,q,s,t,r,u,s,p .....(เป็นวงจร).....

ลำดับ p,s,v,u,t,r,p ...(เป็นวงจร เป็นวิถีจักร).....

ลำดับ p,r,u,s,q,p.....(เป็นวงจร เป็นวิถีจักร).....

ลำดับ p,q,r,u,r,p...(ไม่เป็นวงจร ไม่เป็นวิถีจักร)....

### เฉลยแบบฝึกหัดจากเอกสารหมายเลข 22(วิถี/วิถีจักร)

- ก. r,s,t,u,v  
ข. w,v,t,u,v,w  
ข. u,t,s,v  
ค. t,s,r,u,t,  
ง. s,r,u,t,v,w  
จ. r,s,v หรือ r,s,t,v หรือ r,s,t,u,v หรือ r,u,v หรือ r,u , t ,v หรือ r,u,t,s,v  
หรือ r, u ,w, v หรือ r,s,t,u,w,v
- วง ได้แก่ลำดับ d,e,b,c,a,d หรือ a,f,d,b,e,h,c,e,g,d,a  
วิถีจักร ได้แก่ลำดับ d,b,e,g,d หรือ a,b,c,e,d,a