

Eulerian graph		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 7 วิทยาศาสตร์	วิชา ค32202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<u>Learning outcomes</u> Graph given vertex , edge and find degree circuit path cycle that any graph is Eulerian Graph.		
<u>Intended destination.</u> Determine whether graph is an Eulerian graph.		
Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan		

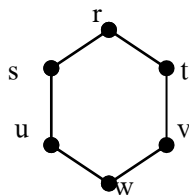
Name ..... Class. ....No.....  
 %%%%%%%%%%

Eulerian graph (1)

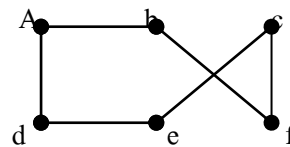
Definition 1 ให้  $G$  is connected graph  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เมื่อ  $G$  มีวงจรซึ่งผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นใน  $G$  และเรียกวังจรดังกล่าวว่าวงจรออยเลอร์(Euler circuit)

Example 1 จงพิจารณาว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์ และวงจรรออยเลอร์คือลำดับใด(ใช้บทนิยามที่1)

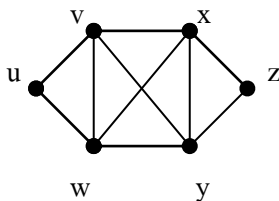
ก)



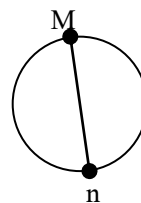
ข)



ค)



ง)



จากกราฟ จะได้

ก) เป็นกราฟ ออยเลอร์ มีวงจรรออยเลอร์ คือลำดับ r , t, v, w, u, s, r

ข) เป็นกราฟ ออยเลอร์ มีวงจรรออยเลอร์ คือลำดับ .....

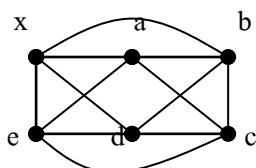
ค).....แสดงได้ดังรูป

ง).....

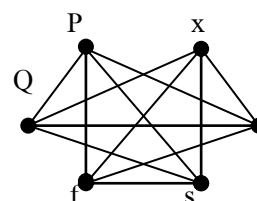
Theorem ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง(connected graph)  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ จุดยอดทุกจุดใน  $G$  เป็นจุดยอดคู่

Example 2 จงใช้ทฤษฎีบท พิจารณาว่ากราฟต่อไปนี้ เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่เพราะเหตุใด

ก)

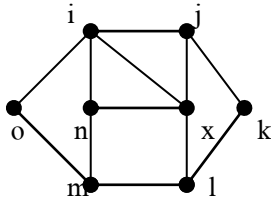


ข)

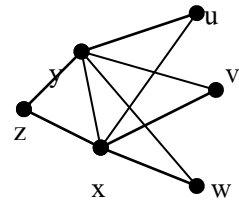


ก) เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจุดยอดคู่ ข) .....

ค)

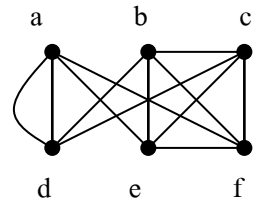


ง)

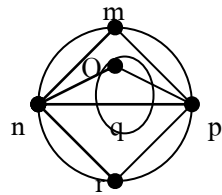


ค) ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุด n, m, l เป็นจุดยอดคี่ ง) .....

จ)



ฉ)



จ) .....

ฉ) .....

Definition ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงเราเรียกรอยเดินเปิดใน  $G$  ว่ามีรอยเดินเปิดออยเลอร์เมื่อรอยเดินดังกล่าวนี้ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นใน  $G$

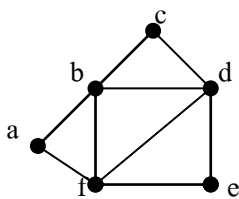
Theorem ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง  $G$  มีรอยเดินเปิดออยเลอร์ก็ต่อเมื่อ  $G$  มีจุดยอดคี่ไม่เกิน 2 จุด ยิ่งไปกว่านั้นจุดยอดคี่เหล่านี้จะเป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรอยเดินเปิดออยเลอร์

การหาจรรยาออยเลอร์ เมื่อ  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์ ตามขั้นตอนของฟลูรีมีขั้นตอนดังนี้

1. เริ่มที่จุดใด ๆ ในกราฟ จากนั้นเดินตามเส้นใน  $G$  ไปเรื่อยๆ เมื่อเดินผ่านเส้นใดก็ให้กำจัดเส้นนั้นออกจากกราฟ

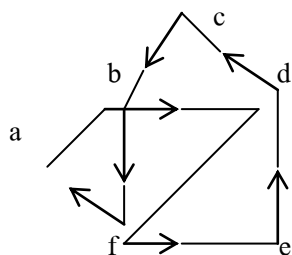
2. ในการเลือกเส้นที่ผ่านนั้น จะต้องไม่เลือกเส้นตัด เว้นแต่ไม่มีเส้นอื่น

Example 3 จงหาจรรยาออยเลอร์



solution

ดังนั้น จรรยาออยเลอร์ มีลำดับเป็น a,b,d,f,e,d,c,b,f,a ดังรูป

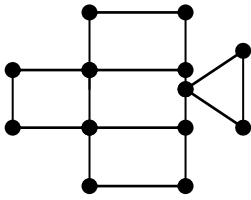


ตอนที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 2.4 หน้า 80-83 ข้อ 1-3

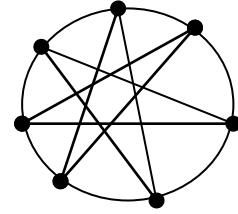
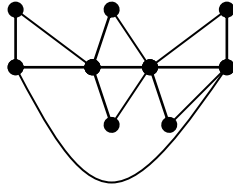
แบบฝึกทักษะ

1) จงพิจารณาว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์ ถ้ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์แล้วจงหาทางจรออยเลอร์ หากสามารถหาเดินเปิดออยเลอร์ได้จงหาเดินนั้นด้วย (กำหนดจุดเอง)

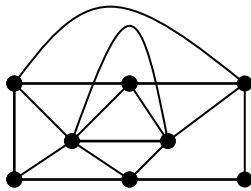
ก)



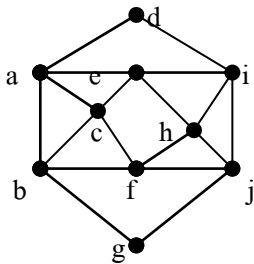
ข)



ง)

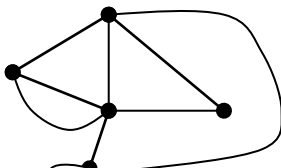


2) สมมุติว่าตำรวจทางหลวงคนหนึ่งมีงานที่ต้องรับผิดชอบคือ ขับรถตรวจดูความเรียบร้อยบนถนนไฮเวย์ทุกสาย ดังแสดงในรูป ถ้าตำรวจนี้อยู่ที่เมือง a เขาจะหาเส้นทางที่ขับรถจากเมือง a ไปสิ้นสุดที่เดิมได้หรือไม่ โดยที่เขาต้องการขับรถผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียว (เขียนวงจรออยเลอร์พร้อมแสดงรูป)

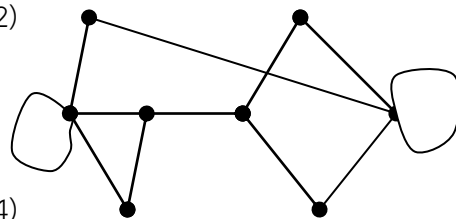


3) จงพิจารณาว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่ ถ้าเป็นกราฟออยเลอร์จงหาทางจรออยเลอร์

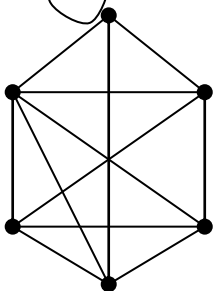
1)



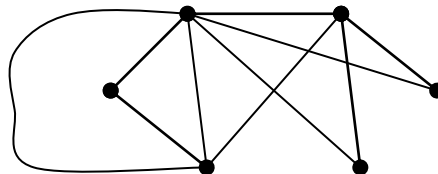
2)



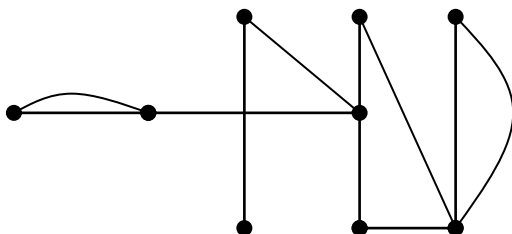
3)



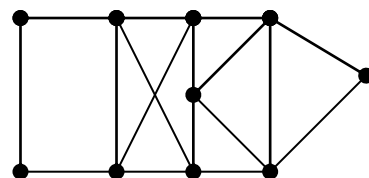
4)



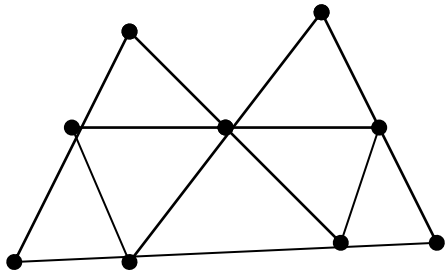
5)



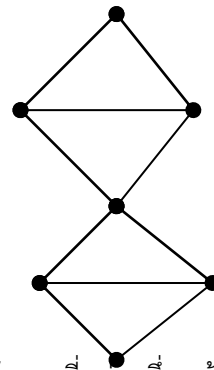
6)



7)



8)



4. จากปัญหาสะพานคอนิกเกอร์ถ้าลดเงื่อนไขเป็นเพียงว่าง เริ่มต้น ณ ที่แห่งหนึ่ง แล้วเดินข้ามสะพาน ทั้งเจ็ดสะพาน โดยผ่านสะพานแต่ละสะพานเพียงครั้งเดียวเท่านั้น แต่ไม่จำเป็นต้องกลับมาจุดเริ่มต้น จงพิจารณาเงื่อนไขนี้จะทำได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

Answer Guidance document 24

ตัวอย่างที่ 1

- ก) เป็นกราฟ ออยเลอร์ มีวงจรออยเลอร์ คือลำดับ  $r, t, v, w, u, s, r$   
 ข) เป็นกราฟ ออยเลอร์ มีวงจรออยเลอร์ คือลำดับ  $...(a,b,f,c,e,d,a)..$   
 ค).....( เป็นกราฟ ออยเลอร์ มีวงจรออยเลอร์ คือลำดับ  $u,v,y,x,v,x,z,y,w,u...$   
 ง) ).....(ไม่ เป็นกราฟ ออยเลอร์)

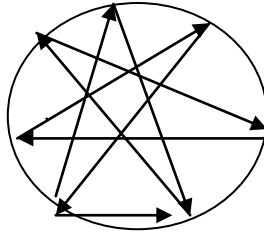
ตัวอย่าง 2

- ก)เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุดทุกจุดในกราฟเป็นจุดยอดคู่ ข) ...(เป็นกราฟออยเลอร์).....  
 ค)ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุด  $n, m, l$  เป็นจุดยอดคี่ ง)...( ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ ).....  
 จ)..... (เป็นกราฟออยเลอร์ )..... ฉ)...( เป็นกราฟออยเลอร์ ).....

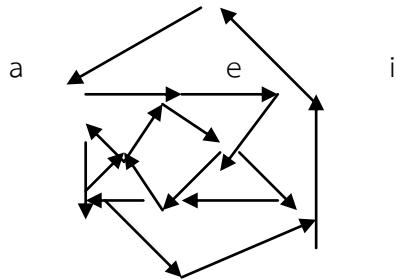
เฉลยแบบฝึกหัดจากเอกสารหมายเลข 24(กราฟออยเลอร์)

1.กราฟ ค เป็นออยเลอร์

วงจรออยเลอร์ คือ



2.เส้นทาง  $a,e,i,h,f,c,a,b,c,e,h,j,f,b,g,j,i,d,e$



3. 1.1 ไม่เป็น 1.2 ไม่เป็น 1.3 ไม่เป็น 1.4 เป็น 1.5 ไม่เป็น 1.6 เป็น 1.7 เป็น 1.8 ไม่เป็น

4.ไม่