

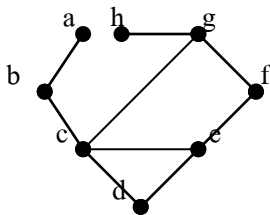
Apply Eulerian graph		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 7 วิทยาคณิต	วิชา ค32202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<u>Learning outcomes</u> Application of the graph to solve the problem.		
<u>Intended destination.</u> Apply Eulerian graph to solve problem.		
Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan		

Name Class.No.....
 %%%%%%%%%%%%%%

Eulerian graph (2)

ความรู้ในเรื่องวงจรออยเลอร์สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้มากมายในสถานการณ์จริง ถ้าเราจำลองแผนที่ถนนของเมืองด้วยกราฟ โดยให้เส้นแทน ถนน และ จุด แทน สามแยก หรือสี่แยก คนกวาดถนน คนเก็บขยะ บุรุษไปรษณีย์ พนักงานจัดมิเตอร์ไฟฟ้าและประปา ต่างได้รับประโยชน์จากความรู้ในเรื่องวงจรออยเลอร์ เพราะจะช่วยให้บุคคลเหล่านั้นปฏิบัติหน้าที่ของตนได้โดยผ่านถนนแต่ละสายเพียงครั้งเดียว หรือถ้าจำเป็นต้องผ่านถนนบางสายซ้ำ ผลรวมของระยะทางที่ผ่านซ้ำต้องมีค่าน้อยที่สุด เราจะเห็นประโยชน์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ถ้าเราจำลองสถานการณ์ ด้วยกราฟถ่วงน้ำหนัก โดยที่ค่าน้ำหนัก อาจแทน ระยะทาง หรือค่าใช้จ่ายก็ได้

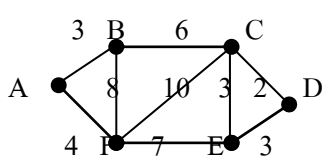
บททวนการหาวงจรออยเลอร์จากกราฟนี้ จงหาทางเดินออยเลอร์



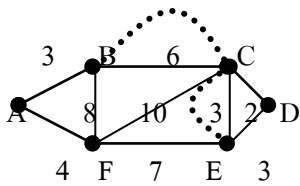
Example 1 ในการเดินทางของนายหนึ่งเพื่อท่องเที่ยวชมเมืองพิมาย โดยเริ่มจากจุด A ไปยังถนนต่างๆในตัวอำเภอ จงหาเส้นทางที่นายหนึ่งจะเที่ยวชมเมืองพิมายได้ทั้งหมด โดยผ่านถนนแต่ละสายเพียงครั้งเดียว หรือถ้าจำเป็นก็ให้ผ่านถนนซ้ำน้อยที่สุดซึ่งการเดินทางครั้งนี้จะต้องมีผลรวมของระยะทางที่น้อยที่สุด

solution กำหนดกราฟมีค่าน้ำหนัก(P)ดังรูป โดยน้ำหนักแทนระยะทาง(เมตร)

จุด แทน ตำแหน่งทางแยก เส้น แทน ถนนต่างๆในเมืองพิมาย

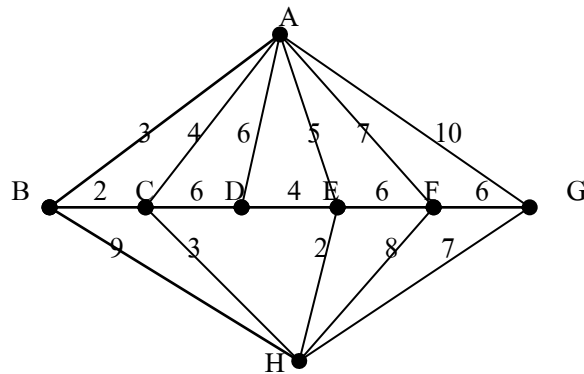


กราฟมีจุดยอดคือ 2 จุด คือ B และ E วิธี B-E ที่สั้นที่สุดคือลำดับ B,C,E สร้างกราฟใหม่เป็นกราฟออยเลอร์ได้ดังนี้



จากกราฟจะได้ว่า เราจะต้องใช้เส้น BC,CE ข้ำ นั่นคือ
 นายหนึ่งจะต้องเดินทางในถนน BCและCE ข้ำ ระยะทางทั้งหมดที่
 ใช้ในการเดินทางคือ ผลรวมของน้ำหนักของเส้นเชื่อมในกราฟเดิม +
 น้ำหนักของเส้นเชื่อมที่เพิ่มเข้ามา กม.
 และเส้นทางที่นายหนึ่งต้องการเดินคือ.....

Example 2 ถ้ากราฟมีน้ำหนัก(P)ดังรูป เป็นแผนที่ในการเดินทางรอบสวนสาธารณะแห่งหนึ่ง จงหาว่าจะ
 สามารถที่จะเดินเล่นรอบสวนนี้โดยผ่านทางเดินแต่ละสายเพียงครั้งเดียว ถ้าไม่ได้ จงหาว่าเส้นทางในการ
 เดินรอบสวนที่จะผ่านทางเดินซ้ำ โดยทำให้ระยะทางรวมน้อยที่สุดมีระยะทางรวมเท่าไร,น้ำหนัก แทน
 ระยะทาง(เมตร)

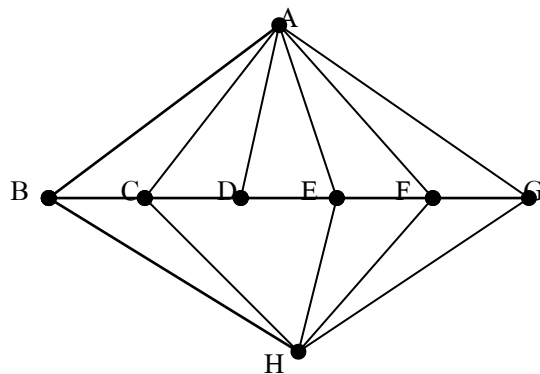


solution จุดคี่ในกราฟ P คือ

ความยาวของวิถีที่สั้นที่สุดเป็นดังนี้

วิถีและ วิถี ความยาวที่สั้นที่สุดของวิถีที่เพิ่มเข้ามาเท่ากับ

ความยาวของวิถีที่สั้นที่สุดที่เพิ่มเข้ามาคือ สร้างกราฟใหม่เป็นกราฟออยเลอร์ได้ดังนี้

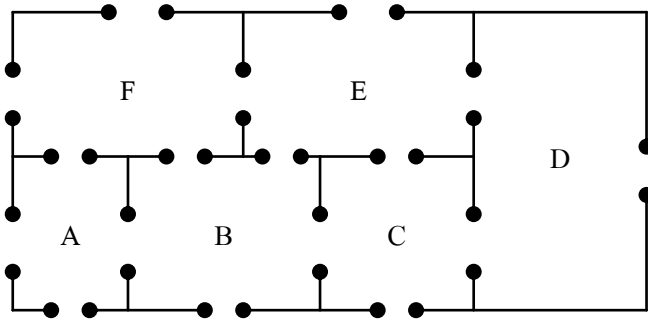


รวมระยะทางที่น้อยที่สุดเท่ากับ..... เมตร

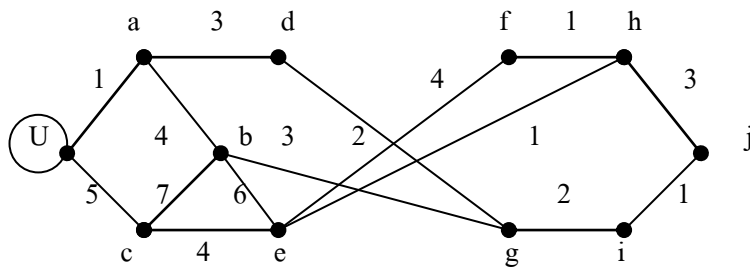
แบบฝึกหัด

- 1) รูปต่อไปนี้ แสดงแบบแปลนของบ้านหลังหนึ่ง จงหาว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่จะเดินผ่านประตูทุกบานเพียงครั้งเดียว ถ้าได้จงบอกเส้นทางนั้นถ้าไม่ได้ให้หาทางเดินดังกล่าวที่เข้าออกประตูที่ซ้ำกันน้อยที่สุด

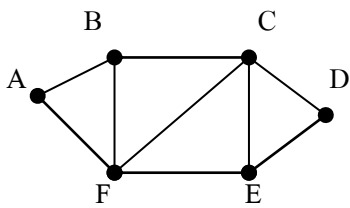
• ○



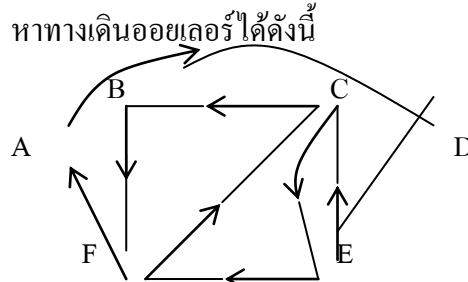
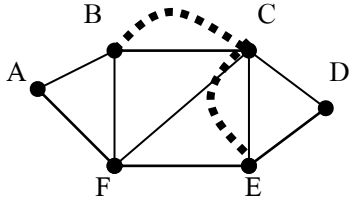
- 2) ให้ U เป็นที่ทำการไปรษณีย์โทรเลขแห่งหนึ่ง ให้ จุด แทน ตำแหน่งทางแยกของถนนที่จะนำไปรษณีย์ภัณฑ์ไปจ่ายให้กับแต่ละบ้านตามเส้นทางต่างๆ ดังแสดงด้วยกราฟที่มีน้ำหนัก ดังรูป โดยที่น้ำหนัก แทน ความยาวของถนน (กิโลเมตร) จงหาเส้นทางนำจ่ายที่มีระยะทางน้อยที่สุดซึ่งเมื่อจ่ายครบทุกเส้นทางแล้ว บุรุษไปรษณีย์จะต้องกลับไปอยู่ที่ที่ทำการไปรษณีย์โทรเลขตามเดิม



ตัวอย่างที่ 1 กำหนดกราฟ P ดังรูปจงหาทางเดินออยเลอร์



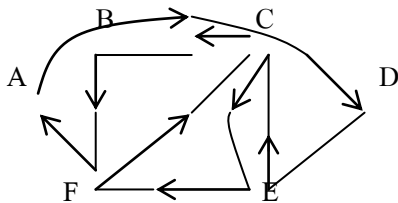
จากกราฟ P มีจุดคี่คือจุด...(B,E)..จำนวน...(2)..จุด
 ดังนั้นเราหาวิธีที่สั้นที่สุดเชื่อมระหว่างจุด(2)จุดนี้
 จะได้วิธี...(BE)..ที่สั้นที่สุด คือ ลำดับ (B,C,E).หรือ...(B,F,E).....
 สร้างกราฟใหม่ที่เป็นกราฟออยเลอร์ได้ดังนี้



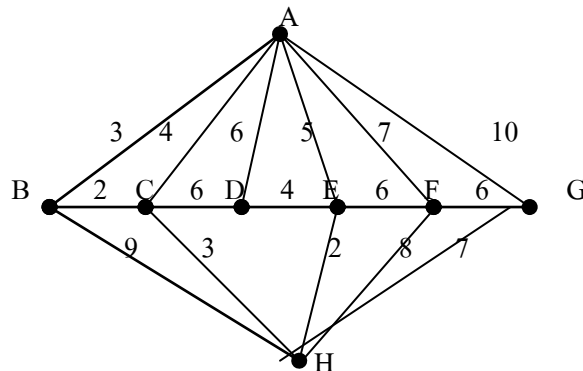
ทางเดินออยเลอร์คือลำดับ A,B,C,D,E,C,E,F,C,B,F,A

จากกราฟจะได้ว่า เราจะต้องใช้เส้น BC,CE ซ้ำ นั่นคือ
 นายหนึ่งจะต้องเดินทางในถนน BCและCE ซ้ำ ระยะทางทั้งหมด
 ที่ใช้ในการเดินทางคือ ผลรวมของน้ำหนักในกราฟเดิม+น้ำหนัก
 ของเส้นที่เพิ่มเข้ามา = $[3+4+8+6+10+7+3+2+3]+[6+3]=54$ กม.

และเส้นทางที่นายหนึ่งต้องการเดินคือ



ตัวอย่างที่ 2

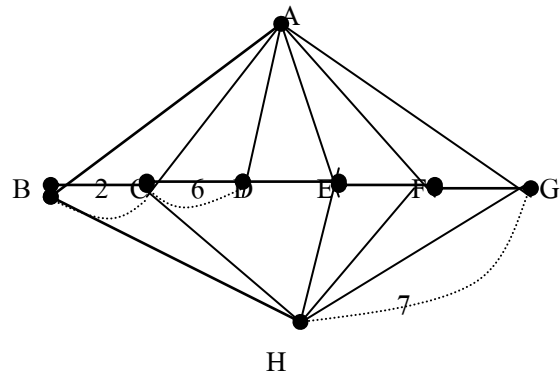


วิธีทำ จุดคี่ในกราฟ P คือ (B,D,G,H)

ความยาวของวิธีที่สั้นที่สุดของการจับคู่แต่ละคู่เป็นดังนี้

กรณีที่1 วิธี (B-D)และ วิธี (G-H) ความยาวที่สั้นที่สุดของวิธีที่เพิ่มเข้ามาเท่ากับ $(8+7 = 15)$

ความยาวของวิธีที่สั้นที่สุดที่เพิ่มเข้ามาคือ(15) สร้างกราฟใหม่เป็นกราฟออยเลอร์ได้ดังนี้



รวมระยะทางที่น้อยที่สุดเท่ากับ $[3+4+6+5+7+10+2+6+4+6+6+9+3+2+8+7]+[2+6+7]=103$ เมตร

เฉลยแบบฝึกหัดจากเอกสารหมายเลข 26(ประยุกต์กราฟออยเลอร์2)

- 1) 2 เส้นทาง
- 2) 57 กิโลเมตร