

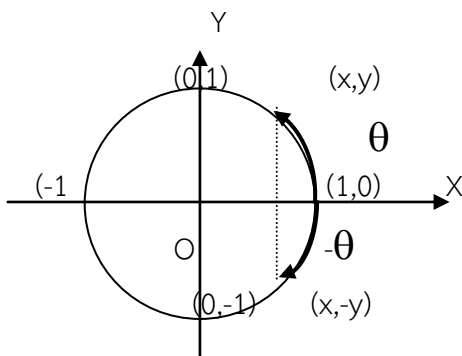
การหาค่าฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใดๆ (The values sine and cosine of the real number)		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ผลการเรียนรู้ หาค่าเขียนกราฟของ ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมหรือจำนวนจริงที่กำหนดให้ได้ Learning outcomes.. Find the trigonometric functions of angles or the Real number and write graphs of trigonometric functions.		
จุดประสงค์ปลายทาง หาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใดๆได้ Intended destination Find the value of the sine and cosine of the real number.		
ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan		

Name Class.No.....

%%%%%%%%%

ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใดๆ

1. วงกลมหนึ่งหน่วย



จากวงกลมหนึ่งหน่วยจะได้ว่า $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$, $\theta \in \mathbb{R}$

$-1 \leq \cos \theta \leq 1$, $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ จากจุด(x,y) กับ (x, -y)

ตั้งรูปความสัมพันธ์คือ $x = \cos \theta$ และ $y = \sin \theta$

$x = \cos(-\theta)$ และ $-y = \sin(-\theta)$

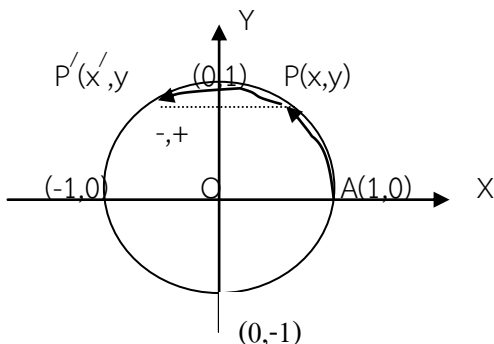
ดังนั้น $\cos(-\theta) = \cos \theta$ และ $\sin(-\theta) = -\sin \theta$

2. การหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง

2.1) การหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง 2π โดยอาศัยค่า

ของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$

2.1.1 เมื่อจุดปลายส่วนโค้งยาว θ หน่วย อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ($\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)



หาได้จาก

1) $\pi - \alpha$ หรือ $3.1416 - \alpha$ เมื่อ $\theta = \pi - \alpha$

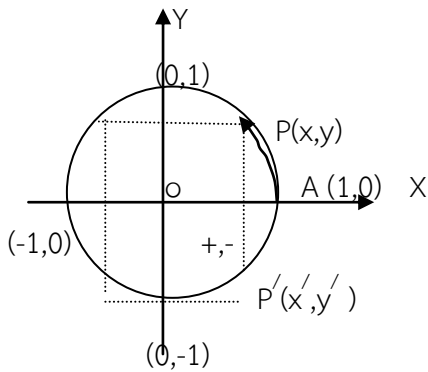
เมื่อ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ $\cos \theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

หรือ $\cos \theta = \cos(3.1416 - \alpha) = -\cos \alpha$

$\sin \theta = \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$

หรือ $\sin \theta = \sin(3.1416 - \alpha) = \sin \alpha$

2.1.3 เมื่อจุดปลายส่วนโค้งยาว θ หน่วย อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ($\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$) หาได้จาก



1) $2\pi - \alpha$ หรือ $6.2836 - \alpha$ เมื่อ $\theta = 2\pi - \alpha$ หรือ

$\theta = 6.2836 - \alpha$ เมื่อ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos \theta = \cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$, $\cos \theta = \cos(6.2832 - \alpha) = \cos \alpha$

$\sin \theta = \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$, $\sin \theta = \sin(6.2832 - \alpha) = -\sin \alpha$

2) $2\pi - \theta$ หรือ $6.2832 - \theta$ เมื่อ $\alpha = 2\pi - \theta$, $\alpha = 6.2832 - \theta$

เมื่อ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos \theta = \cos(2\pi - \theta) = \cos \alpha$, $\cos \theta = \cos(6.2832 - \theta) = \cos \alpha$

$\sin \theta = -\sin(2\pi - \theta) = -\sin \alpha$, $\sin \theta = -\sin(6.2832 - \theta) = -\sin \alpha$

Example 3 Calculate $\cos \frac{5\pi}{3}$, $\sin 5.1487$

solution $\cos \frac{5\pi}{3} = \dots\dots\dots$

$\sin 5.1487 = \dots\dots\dots$

2.2) การหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงเมื่อมุม θ เกินกว่า 1 รอบ

($\theta > 2\pi$) ให้หาร θ ด้วย 2π ได้ผลลัพธ์ n เหลือเศษ α

นั่นคือ $\theta = 2n\pi + \alpha$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$ และ $0 < \alpha < 2\pi$

การวัดส่วนโค้งของวงกลม 1 หน่วยจากจุด(1,0)ไปยาว θ วัดไปเพียง α หน่วยก็พอ เพราะ $2n\pi$ แสดงว่าวัดครบ n รอบ สรุปลงได้ดังนี้

$$\sin \theta = \sin(2n\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos \theta = \cos(2n\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

Example 4 Calculate $\sin \frac{13\pi}{4} = \sin(2\pi + \frac{5\pi}{4}) = \sin \frac{5\pi}{4} = \dots\dots\dots$

$\cos(-8) = \dots\dots\dots$

ปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงระบุเงื่อนไขสำหรับ
เป็นปัจจัยพื้นฐานการปฏิบัติตน 2 เงื่อนไขคือ

- 1.เงื่อนไขความมีคุณธรรม
- 2.เงื่อนไขการดำรงชีวิต

นักเรียนรู้ไหมว่าเงื่อนไขดังกล่าวประกอบด้วยอะไรบ้างจะได้นำไปปฏิบัติ

แบบฝึกหัดจากแบบเรียน

แบบฝึกหัดที่ 2.2 ข ข้อ 4,5

4. จงเขียนค่าของฟังก์ชันไซน์ ฟังก์ชันโคไซน์ของจำนวนจริงต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปของค่าของฟังก์ชันไซน์ ฟังก์ชันโคไซน์ของจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$

1) $\frac{13\pi}{12}$

2) $\frac{5\pi}{3}$

3) $\frac{7\pi}{6}$

4) $\frac{7\pi}{10}$

5) $\frac{9\pi}{5}$

6) $-\frac{16\pi}{7}$

5. กำหนดให้ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ และ $\sin \theta = 0.4848$ จงหาค่า

1) $\cos \theta$

2) $\sin(\pi - \theta)$

3) $\cos(\pi + \theta)$

4) $\sin(-\theta)$

5) $\cos(\theta - 2\pi)$

6) $\sin(3\pi - \theta)$

เฉลยเอกสารหมายเลข 24

ตัวอย่าง 2 จงหา $\cos \frac{7\pi}{6}$, $\sin 3.5081$

วิธีทำ $\cos \frac{7\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\sin 3.5081 = -\sin 0.3665$

ตัวอย่าง 3 จงหา $\cos \frac{5\pi}{3}$, $\sin 5.1487$

วิธีทำ $\cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$\sin 5.1487 = -\sin 1.1345$

ตัวอย่าง 4 จงหาค่า $\sin \frac{13\pi}{4} = \sin(2\pi + \frac{5\pi}{4}) = \sin \frac{5\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

$\cos(-8) = -\cos 1.14248$

เฉลยแบบฝึกหัด

1.

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$
$\frac{13\pi}{12}$	$-\sin \frac{\pi}{12}$	$-\cos \frac{\pi}{12}$
$\frac{5\pi}{3}$	$-\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
$\frac{7\pi}{6}$	$-\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$	$-\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{7\pi}{10}$	$\sin \frac{3\pi}{10}$	$-\cos \frac{3\pi}{10}$
$\frac{9\pi}{5}$	$-\sin \frac{\pi}{5}$	$\cos \frac{\pi}{5}$
$-\frac{16\pi}{7}$	$-\sin \frac{2\pi}{7}$	$\cos \frac{2\pi}{7}$

2.

- 1) $\cos\theta = 0.8746$ 2) $\sin\theta = 0.4848$
 3) $-\cos\theta = -0.8746$ 4) $-\sin\theta = -0.4848$
 5) $\cos\theta = 0.8746$ 6) $\sin\theta = 0.4848$