

ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ (Trigonometric Identities)		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<p><u>ผลการเรียนรู้</u> หาค่าเขียนกราฟของ ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมหรือจำนวนจริงที่กำหนดให้ได้</p> <p><u>Learning outcomes</u>.. Find the trigonometric functions of angles or the Real number and write graphs of trigonometric functions.</p>		
<p><u>จุดประสงค์ปลายทาง</u> หาค่าพีชคณิตของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริงได้</p> <p><u>Intended destination</u> Find the value of Algebra of trigonometric functions of real number.</p>		
ครูผู้สอน	นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ	Instructor. Mrs. Malaiporn uasuan

Name ..... Class. ....No.....

%%%

ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆสำหรับจำนวนจริง $\theta$  ใดๆ **Trigonometric functions of real number.**

1. ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ

ฟังก์ชันแทนเจนต์ tangent $\theta$  เขียนแทน ด้วย  $\tan \theta$  อ่านว่า แทนทีตา

ฟังก์ชันซีแคนต์ secant  $\theta$  เขียนแทน ด้วย  $\sec \theta$  อ่านว่า เซกทีตา

ฟังก์ชันโคซีแคนต์ cosecant  $\theta$  เขียนแทน ด้วย  $\operatorname{cosec} \theta$  หรือ  $\operatorname{csc} \theta$  อ่านว่า โคเซกทีตา

ฟังก์ชันโคแทนเจนต์ cotangent  $\theta$  เขียนแทน ด้วย  $\cot \theta$  หรือ  $\operatorname{ctn} \theta$  อ่านว่า คอตทีตา

2. บทนิยาม สำหรับจำนวนจริง $\theta$  ใดๆ

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos \theta \neq 0$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos \theta \neq 0$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin \theta \neq 0$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin \theta \neq 0 \quad \text{หรือ} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \tan \theta \neq 0$$

3. ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{csc}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

Example 1 Fill the number in the blank.

ฟังก์ชัน มุม( $\theta$ )	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$	หมายเหตุ
0	0	1	0	-	1	-	
$\frac{\pi}{2}$							$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\frac{\pi}{4}$							$\sin(-\theta) = -\sin\theta$
$\frac{3\pi}{4}$							$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\frac{2\pi}{3}$							
$\frac{7\pi}{4}$							
$\frac{4\pi}{3}$							
$-\frac{3\pi}{4}$							
$-\frac{5\pi}{4}$							

Example 2 Find the  $\cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{5\pi}{3} + \tan \frac{9\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{7\pi}{6}$

Solution  $\cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{5\pi}{3} + \tan \frac{9\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{7\pi}{6}$

=.....

=.....

.....

.....

เงื่อนไขความมีคุณธรรม จะต้องประกอบด้วย

1. ความซื่อสัตย์สุจริต ดำรงอยู่อย่างมั่นคงต่อความดีความงามปราศจากอกุศลจิตที่คิดคดทรยศและทุจริตต่อผู้อื่น
2. การใช้สติปัญญาที่รอบคอบระมัดระวังไตร่ตรองใคร่ครวญอย่างละเอียดถี่ถ้วนทั้งก่อนและหลังทำกิจกรรมใดๆก็ตาม

**แบบฝึกหัด**

1. จงหาค่า

$$1) \sin \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \sin \frac{4\pi}{3}$$

$$2) \sin 3 \frac{3\pi}{2} + \tan \pi \cos \frac{\pi}{2} - \cot \frac{5\pi}{6} - \sin \frac{7\pi}{6}$$

$$3) \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{5\pi}{3} - \tan \frac{5\pi}{3}$$

$$4) \cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{11\pi}{6}$$

เฉลยเอกสารหมายเลข 25

ตัวอย่างที่ 1 จงเติมตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ฟังก์ชัน มุม( $\theta$ )	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$	หมายเหตุ
0	0	1	0	-	1	-	
$\frac{\pi}{2}$	1	0	-	1	-	0	$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	-1	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	
$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	-1	
$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	
$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1	
$-\frac{5\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	-1	

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ  $\cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{5\pi}{3} + \tan \frac{9\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{7\pi}{6} = \frac{3+4\sqrt{3}}{3}$

เฉลยแบบฝึกหัด

- 1)  $\frac{6 + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{6}}{12}$
- 2)  $\frac{2\sqrt{3} - 1}{2}$
- 3)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$
- 4) 2

