ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม (**Meassure angles in degrees,radians.)**		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<u>ผลการเรียนรู้</u> หาค่าเขียนกราฟของ ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมหรือจำนวนจริงที่กำหนดให้ได้ <u>Learning outcomes</u>.. Find the trigonometric functions of angles or the Real number and write graphs of trigonometric functions.		
<u>จุดประสงค์ปลายทาง</u> หาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้ <u>Intended destination</u> Find the value of the trigonometric functions of angles.		
ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan		

Name .... Class. ....No.............

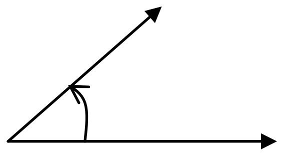
%%

มุม การวัดมุม และหน่วยในการวัดมุม

1. มุมในวิชาตรีโกณมิติ เกิดจากการหมุนของส่วนของเส้นตรง ซึ่งหมุนรอบจุดหมุน
2. การวัดมุม

การวัดมุมทวนเข็มนาฬิกา ค่าของมุมจะเป็นบวก
ถ้าวัดมุมตามเข็มนาฬิกา ค่าของมุมจะเป็นลบ

ด้านสิ้นสุด(terminal side)



ด้านเริ่มต้น (Initialside)

3. หน่วยที่ใช้ในการวัดมุม

3.1 หน่วยองศา (^{0}) Degrees

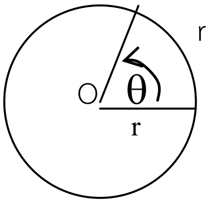
มุมที่เกิดจากการหมุนของส่วนของเส้นตรงไปครบ 1 รอบมีขนาด 360 องศา(1 revolution=360^0)

1^0 = $60^{/}$ (60 ลิปดา) each degree is divided into 60 minutes

$1^{/}$ = $60^{//}$ (60 ฟิลิปดา) each minute is divided into 60 seconds.

3.2 หน่วยเรเดียน(Radians)

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมที่ยาวเท่ากับรัศมีของวงกลมนั้นถือว่าเป็นมุมที่มีขนาด 1 เรเดียน



วงกลมที่มีรัศมียาว rหน่วยจะมีเส้นรอบวงยาว2πrหน่วย ดังนั้น มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งรองรับส่วนโค้งของวงกลมที่ยาว 2πr หน่วยจึงมีขนาด $\frac{2\pi r}{r}$ เรเดียนหรือ 2π เรเดียน และมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งครึ่งวงกลมที่ยาว π rหน่วยจะมีขนาด $\frac{\pi r}{r}$ เรเดียนหรือπ เรเดียน

สำหรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมี r หน่วย ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมที่ยาว a หน่วย จะมีขนาด $\frac{a}{r}$ เรเดียน และถ้าให้ขนาดของมุมดังกล่าวเป็น θ เรเดียน จะได้ $\theta = \frac{a}{r}$

เนื่องจากมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมี r หน่วย ที่ได้จากการหมุนรัศมีไปครบ 1 รอบ มีขนาด 2π เรเดียน แต่มุมดั่งกล่าวเมื่อวัดเป็นองศาวัดได้ 360 องศา

Since the arc length of circumference is 2π radians and the circumference encompasses one complete revolution of 360^0 then

2π radians = 360^0 or π radians = 180^0 (one-half of a revolution)

1 radian = $\frac{180}{\pi}$ degree $=57.2958^0 \approx 57^0\ 18^{/}$ $(57^0\ 17^{/}\ 45^{//})$

so $1^0 = \frac{\pi}{180}$ radian $\approx$ 0.01745 เรเดียน

ทบทวน If angle (θ) are in standard position. what the terminal side of θ the quadrants?

1. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ Answer quadrant 1 or 2
2. $\cos\theta = \frac{-4}{5}$ Answer ....
3. $\tan\theta = -2$ Answer ....
4. $\tan\theta = \frac{7}{24}$ Answer ....
5. $\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ Answer ....

Alternate Example 1 Express the following angles in degrees

1. $\frac{2\pi}{3}$ solution $\frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{180}{\pi} = 120^0$ or $\frac{2\pi}{3} = \frac{2\times180}{3} = 120^0$

2.) $\frac{-5\pi}{6}$ ....

3) $\frac{11\pi}{5}$ ....

4) 4π ....

5) 3 ....

Alternate Example 2 Express the following angles in radians,using π in the answer

1) 300^0 solution $300 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{3}$

2) $-112^0\ 40^{/}$ ....

3) -315^{0} ....

4) 880^{0} ....

5) -500^{0} ....

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมสองมุมมีขนาด 36^{0} และ $\frac{2\pi}{3}$ เรเดียน จงหาขนาดของมุมที่เหลือในรูปเรเดียน
2. จงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติทุกฟังก์ชันของมุมต่อไปนี้
   1) 150^{0}
   2) 120^{0}
   3) 315^{0}
   4) -315^{0}
   5) 930^{0}
3. จงหาค่าของ
   1) $\frac{3\tan^2 135^\circ - \sec^2 300^\circ}{2\sin 330^\circ}$
   2) $\frac{\tan(-480^\circ) - \sin(-840^\circ)}{\cos(-390^\circ)}$

เฉลยเอกสารหมายเลข 26

<u>ทบทวน</u> ถ้าθ อยู่ในตำแหน่งมาตรฐาน จงบอกว่าด้านสิ้นสุดของมุมขนาด θ ในแต่ละข้ออยู่ในจตุภาค(ควอดรันต์)ที่เท่าใด

1) $\sin\theta = \frac{5}{13}$ ตอบ ควอดรันต์ที่ 1 ,2 2) $\cos\theta = \frac{-4}{5}$ ตอบ ควอดรันต์ที่ 2,3

3) $\tan\theta = -2$ ตอบ ควอดรันต์ที่ 2,4 4) $\tan\theta = \frac{7}{24}$ ตอบ ควอดรันต์ที่ 1,3

5) $\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ ตอบ ควอดรันต์ที่ 1,2

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงเปลี่ยนมุมเรเดียนต่อไปนี้ให้เป็นองศา

2) $\frac{-5\pi}{6}$ =150 องศา

3) $\frac{11\pi}{5}$ = 396 องศา

4) 4π =720 องศา

5) 3 = 171 องศา 54 ลิบดา

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้ในหน่วยเรเดียน

2) $-112^{0}\ 40^{/}$ = -1.966 เรเดียน

3) $-315^{0} = \frac{-7\pi}{4}$

4) $880^{0} = \frac{44\pi}{9}$

5) $-500^{0} = \frac{-25\pi}{9}$

เฉลยแบบฝึกหัด

1. $\frac{2\pi}{15}$

2.

θ	sinθ	cosθ	tanθ	cosecθ	secθ	cotθ
150^0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$
120^0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	-2	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
315^0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	-1
-315^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
930^0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	-2	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$

3. 1) 1 2) 3