

Double – angles fomulas		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<p>ผลการเรียนรู้ ใช้เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวก ผลต่างมุมพหุคูณ ผลคูณ ไปใช้  <u>Learning outcomes</u> Apply the sum and difference, double- angle and half- angle identities to problem solving</p>		
<p>จุดประสงค์ปลายทาง นำเอกลักษณ์ของมุมทวีคูณหรือมุมขนาดสอง เท่าของมุมใดๆ ไปใช้แก้ปัญหาได้  <u>Intended destination</u> Apply the double- angle identities to problem solving</p>		
<p>ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwana</p>		

Name ..... Class. ....No.....

%%%%%%%%%

ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมทวีคูณหรือขนาดสอง เท่าของมุมใด

1. Find the sum and difference angle identities

$\cos(A + B) = \dots\dots\dots \tan(A + B) = \dots\dots\dots$

$\cos(A - B) = \dots\dots\dots \tan(A - B) = \dots\dots\dots$

$\sin(A + B) = \dots\dots\dots \cot(A + B) = \dots\dots\dots$

$\sin(A - B) = \dots\dots\dots \cot(A - B) = \dots\dots\dots$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \quad \csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$

2. Prove the identities

1)  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

2)  $\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$

$\sin 2\theta = \sin(\theta + \theta)$   
 $= \sin \theta \cos \theta + \cos \theta \sin \theta$   
 $= 2 \sin \theta \cos \theta$

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$   
 $= 2 \sin \theta \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{2 \sin \theta}{\cos \theta} \cos^2 \theta$   
 $= 2 \tan \theta \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos^2 \theta}\right)} = 2 \tan \theta \frac{1}{\sec^2 \theta}$

3)  $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

$\cos 2\theta = \cos(\theta + \theta) =$   
 $= \cos \theta \cos \theta - \sin \theta \sin \theta$

$\therefore \sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$

$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

4)  $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$

$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$   
 $= (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta$

$\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$

5)  $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$

$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$   
 $= \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta)$

$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$

$$6) \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \cos^2 \theta \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}\right)$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{\sec^2 \theta} (1 - \tan^2 \theta) = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$7) \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \quad (\text{นักเรียน})$$

$$8) \cot 2\theta = \frac{\cot^2 \theta - 1}{2 \cot \theta} \quad (\text{นักเรียน})$$

$$\tan 2\theta = \tan(\theta + \theta) = \dots\dots\dots$$

$$\cot 2\theta = \cot(\theta + \theta) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

สรุปสูตรฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมพหุคูณขนาดสองเท่า

<p>1) <math>\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta</math></p> $\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ <p>3) <math>\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}</math></p> <p>4) <math>\cot 2\theta = \frac{\cot^2 \theta - 1}{2 \cot \theta}</math></p>	<p>2) <math>\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta</math></p> $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$ <p><math>\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1</math></p> $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

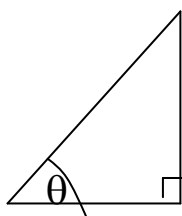
Example 1 Find the values of double- angle

1)  $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi, \cos \theta = \frac{3}{5}$  find the values  $\cos 2\theta, \sin 2\theta, \cot 2\theta$

solution  $\theta$  อยู่  $Q_4, \cos \theta = \frac{3}{5}$

$$\therefore \sin \theta =$$

$$, \cot \theta =$$



$$\left| \begin{array}{l} \cos 2\theta = \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \sin 2\theta = \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \cot 2\theta = \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

2)  $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. จงหาค่าของฟังก์ชันต่อไปนี้

1)  $\cos \theta = \frac{3}{7}$  จงหา  $\cos 2\theta$

2)  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  จงหา  $\tan 2\theta$

3)  $2 \cos^2 75^\circ - 1$  มีค่าเท่าไร

4)  $\frac{2 \tan 75^\circ}{1 + \tan^2 75^\circ}$  มีค่าเท่าไร

2. จงแสดงว่า

1)  $\frac{1 + \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \tan \theta$

2)  $\frac{2 - \sec^2 \theta}{\sec^2 \theta} = \cos 2\theta$

เฉลยเอกสารหมายเลข 35

3. จงแสดงว่า

7)  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$

$$\tan 2\theta = \tan(\theta + \theta) = \frac{\tan \theta + \tan \theta}{1 - \tan \theta \tan \theta}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

8)  $\cot 2\theta = \frac{\cot^2 \theta - 1}{2 \cot \theta}$

$$\cot 2\theta = \cot(\theta + \theta)$$

$$= \frac{\cot \theta \cot \theta - 1}{\cot \theta + \cot \theta}$$

$$\cot 2\theta = \frac{\cot^2 \theta - 1}{2 \cot \theta}$$

4. จงทำให้เป็นผลสำเร็จจงหา

1)  $\cos 2\theta = \frac{-7}{25}, \sin 2\theta = \frac{-24}{25}, \cot 2\theta = \frac{7}{24}$

2)  $\frac{1}{2}$

เฉลยแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. 1)  $\cos 2\theta = \frac{-31}{49}$       2)  $\tan 2\theta = \frac{4}{3}$       3)  $\cos 150^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$       4)  $\sin 150 = \frac{1}{2}$

2. 1)  $\frac{1 + \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{1 + 2 \cos^2 \theta - 1}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{2 \cos^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$

2)  $\frac{2 - \sec^2 \theta}{\sec^2 \theta}$   
 $= \frac{2}{\sec^2 \theta} - 1 = \frac{2}{1 - \tan^2 \theta} - 1 = \frac{2 - (1 - \tan^2 \theta)}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \sin 2\theta$