

ผลคูณของฟังก์ชันตรีโกณมิติของไซน์และโคไซน์ The product of the trigonometric functions of sine and cosine		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ผลการเรียนรู้ ใช้เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวก ผลต่างมุมพหุคูณ ผลคูณ ไปใช้ <u>Learning outcomes</u> Apply the sum and difference, double-angle and half-angle identities to problem solving		
จุดประสงค์ปลายทาง หาค่าของฟังก์ชันผลคูณของฟังก์ชันในรูปของผลบวกหรือผลต่างของฟังก์ชัน ไซน์หรือโคไซน์ <u>Intended destination</u> Apply the sum and difference of functions sine and cosine identities to problem solving		
ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ Instructor. Mrs. Malaiporn uasuan		

Name ..... Class. ....No.....

%%%%%%%%%

The product of the trigonometric functions of sine and cosine

1) Find the each following functions identities.

1.  $\sin(A+B) = \dots\dots\dots(1)$

2.  $\sin(A-B) = \dots\dots\dots(2)$

3.  $\cos(A+B) = \dots\dots\dots(3)$

4.  $\cos(A-B) = \dots\dots\dots(4)$

so (1) + (2) therefore =.....

(1) - (2) therefore = .....

(3) + (4) therefore = .....

(4) - (3) therefore = .....

(3) - (4) therefore = .....

สรุป ผลคูณของฟังก์ชันตรีโกณมิติในรูปผลบวกและผลต่างของไซน์และโคไซน์  
 เมื่อ A, B เป็นจำนวนจริงหรือมุมใดๆ

$\therefore 2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$  หรือ  $\sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)]$

$2\cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$  หรือ .....

$2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$  หรือ .....

$2\sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$  หรือ .....

Example 1 Find the values of each functions

$$\begin{aligned}
 1) \quad 2\sin \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3} &= \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \\
 &= \sin \pi + \sin \frac{\pi}{3} \\
 &= 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad 6\cos 15^\circ \cos 165^\circ &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad 2\cos 40^\circ \sin 80^\circ - \cos 50^\circ &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. จงเปลี่ยนฟังก์ชันต่อไปนี้ในรูปผลบวกหรือผลต่าง

1)  $\sin 105^\circ \cos 40^\circ$

2)  $2\cos \frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6}$

3)  $-4\sin 110^\circ \sin 55^\circ$

2. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1)  $2\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin 50^\circ$

2)  $\frac{1}{2} \cos 80^\circ \cos 70^\circ - \frac{1}{4} \sin 80^\circ$

3)  $3 \cos 75^\circ \cos 105^\circ + 4 \sin 75^\circ \sin 165^\circ$

เฉลยเอกสารหมายเลข38

4) จงเขียนค่าฟังก์ชันต่อไปนี้

$$1. \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \quad (1)$$

$$2. \sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \quad (2)$$

$$3. \cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \quad (3)$$

$$4. \cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \quad (4)$$

ดังนั้น (1) + (2) จะได้  $= 2\sin A \cos B$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } = 2\cos A \sin B$$

$$(3) + (4) \text{ จะได้ } = 2\cos A \cos B$$

$$(4) - (3) \text{ จะได้ } = 2\sin A \sin B$$

สรุป ผลคูณของฟังก์ชันตรีโกณมิติในรูปผลบวกและผลต่างของไซน์และโคไซน์  
เมื่อ A, B เป็นจำนวนจริงหรือมุมใดๆ

$$\therefore 2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B) \text{ หรือ } \sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)]$$

$$2\cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B) \text{ หรือ } \cos A \sin B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) - \sin(A-B)]$$

$$2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B) \text{ หรือ } \cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A+B) + \cos(A-B)]$$

$$2\sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B) \text{ หรือ } \sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า

$$2. 6\cos 15^\circ \cos 165^\circ = \frac{-6 - 3\sqrt{3}}{2}$$

$$3. 2\cos 40^\circ \sin 80^\circ - \cos 50^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

เฉลยแบบฝึกหัด

$$1. \quad 1) \frac{1}{2} (\sin 145^\circ + \sin 65^\circ) \quad 2) -\frac{1}{2} \quad 3) -2(\cos 55^\circ - \cos 165^\circ)$$

$$2. \quad 1) 1 \quad 2) \frac{-\sqrt{3}}{8} \quad 3) -\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$