

The product, sum and difference of the trigonometric functions in the from product of sine and cosine		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<p><u>ผลการเรียนรู้</u> ใช้อะกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวก ผลต่างมุมพหุคูณ ผลคูณ ไปใช้ <u>Learning outcomes</u> Apply the sum and difference, double- angle and half- angle identities to problem solving.</p>		
<p><u>จุดประสงค์ปลายทาง</u> หาค่าของผลบวกหรือผลต่างของฟังก์ชันตรีโกณมิติในรูปผลคูณของฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้ <u>Intended destination</u> Apply the sum and difference of the trigonometric functions in the from product of sine and cosine identities to problem solving</p>		
ครูผู้สอน	นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ	Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan

Name Class.No.....

%%%%%%%%%

ผลบวกและผลต่างของฟังก์ชันตรีโกณมิติในรูปผลคูณของไซน์และโคไซน์

1) Find the each following functions identities

1. $2\sin A \cos B =$
2. $2\cos A \sin B =$
3. $2\cos A \cos B =$
4. $2\sin A \sin B =$

2) Prove the identities

เมื่อ $x = \frac{A+B}{2}$ และ $y = \frac{A-B}{2}$ แล้วจะได้ $A = x + y$ และ $B = x - y$

$$\begin{aligned}
 1) 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) &= 2\sin x \cos y \\
 &= \sin(x+y) + \sin(x-y) \\
 &= \sin A + \sin B
 \end{aligned}$$

$$\therefore 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\frac{A-B}{2} = \sin A + \sin B$$

$$\begin{aligned}
 2) 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right) &= 2\cos x \sin y \\
 &= \sin(x+y) - \sin(x-y) \\
 &= \sin A - \sin B
 \end{aligned}$$

$$2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = \sin A - \sin B$$

$$\begin{aligned}
 3) 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) &= 2\cos x \cos y \\
 &= \cos(x+y) + \cos(x-y) \\
 &= \cos A + \cos B
 \end{aligned}$$

$$2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) = \cos A + \cos B$$

$$\begin{aligned}
 4) -2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right) &= -2\sin x \sin y \\
 &= -1(2\sin x \sin y) \\
 &= -1(\cos(x-y) - \cos(x+y))
 \end{aligned}$$

$$= -1(\cos B - \cos A)$$

$$= \cos A - \cos B$$

$$-2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = \cos A - \cos B$$

สรุป ผลบวกและผลต่างของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เมื่อ A,B แทนจำนวนจริงหรือมุมใด ๆ

$$\sin A + \sin B = \dots\dots\dots$$

$$\cos A + \cos B = \dots\dots\dots$$

$$\sin A - \sin B = \dots\dots\dots$$

$$\cos A - \cos B = \dots\dots\dots$$

ตัวอย่าง จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\begin{aligned} 1) \cos 130^\circ + \cos 110^\circ + \sin 80^\circ \\ &= (\cos 130^\circ + \cos 110^\circ) + \sin 80^\circ \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$2) \frac{\sin 110^\circ - \cos 70^\circ}{\cos 110^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{\sin 110^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 110^\circ + \cos 20^\circ}$$

.....

.....

$$\begin{aligned} 3) \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1) จงเปลี่ยนเป็นฟังก์ชันผลคูณ

1. $\sin 50^\circ - \sin 20^\circ$ 2) $\cos 20^\circ - \cos 40^\circ$ 3) $\cos 3y + \cos 8y$

2) จงหาค่าของฟังก์ชันต่อไปนี้

1. $\frac{\sin 70^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 70^\circ + \cos 50^\circ}$
2. $2 \cos 35^\circ \cos 70^\circ - \cos 35^\circ + \cos 15^\circ$
3. กำหนด $\sin 5^\circ = x$ จงหา $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ$ ในรูปของ x
4. $\cos^2 \theta + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)$

3) จงหาค่าฟังก์ชันต่อไปนี้

- 1) $\cos 20^\circ + \cos 100^\circ + \cos 140^\circ$ 2) $\cos 80^\circ + \cos 40^\circ - \cos 20^\circ$
- 3) $\cos 6^\circ \cos 66^\circ \cos 42^\circ \cos 78^\circ$ 4) $2 \cos \frac{1}{14} \pi \cos \frac{9}{4} \pi + \cos \frac{2}{7} \pi + \cos \frac{3}{7} \pi$
- 5) $\frac{\cos 20^\circ - \cos 70^\circ}{\sin 70^\circ - \sin 20^\circ}$ 6) $\frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ}$
- 7) $\frac{\cos 10^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ}$

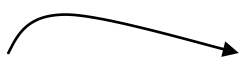
เฉลยเอกสารหมายเลข 39-40

สรุป ผลบวกและผลต่างของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เมื่อ A,B แทนจำนวนจริงหรือมุมใด ๆ

$$\begin{array}{l} \sin A + \sin B = 2 \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) \\ \cos A + \cos B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) \\ \sin A - \sin B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \sin \left(\frac{A-B}{2} \right) \\ \cos A - \cos B = -2 \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) \sin \left(\frac{A-B}{2} \right) \end{array}$$

ตัวอย่าง จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $\cos 130^\circ + \cos 110^\circ + \sin 80^\circ = 2 \cos 120^\circ \cos 10^\circ + \cos 10^\circ = 2 \left(\frac{-1}{2} \right) \cos 10^\circ + \cos 10^\circ = 0$



2. $\frac{\sin 110^\circ - \cos 70^\circ}{\cos 110^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{\sin 110^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 110^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{2 \cos 65^\circ \sin 45^\circ}{2 \cos 65^\circ \cos 45^\circ} = 1$

3. $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{2} (\cos 60^\circ + \cos 20^\circ) \cos 80^\circ$
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos 20^\circ \right) \cos 80^\circ$
 $= \frac{1}{4} \cos 80^\circ + \frac{1}{2} \cos 20^\circ \cos 80^\circ$
 $= \frac{1}{4} \cos 80^\circ + \frac{1}{4} (\cos 100^\circ + \cos 60^\circ)$
 $= \frac{1}{4} \cos 80^\circ - \frac{1}{4} \cos 80^\circ + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{8}$

เฉลยแบบฝึกหัดเฉลยแบบฝึกหัด

1. 1) $2 \cos 35^\circ \sin 15^\circ$ 2) $\sin 10^\circ$ 3) $2 \cos \frac{11y}{2} \sin \frac{5y}{2}$

2. 1) $\sqrt{3}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $1-2x^2$ 4) $\frac{3}{2}$

3.1) 0 2) 0 3) $\frac{1}{16}$ 4) 0 5) 1 6) -1 7) $\sqrt{3}$