ฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันไซน์ (arcsin) The inverse of the sine functions		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ผลการเรียนรู้ พิสูจน์เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติและแก้สมการตรีโกณมิติได้ Learning outcomes Prove the trigonometric functions,the inverse trigonometric functions. And solve trigonometric equation.		
จุดประสงค์ปลายทาง บอกโดเมนและเรนจ์และหาค่าของตัวผกผันของฟังก์ชันไซน์ได้ Intended destination Find the domain and the range and the value of the inverse of the sine function		
ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan		

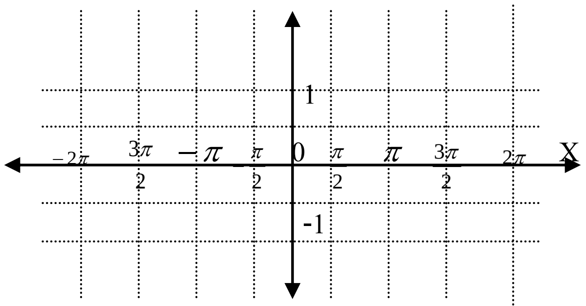
Name .... Class. ....No............

%%%

The inverse of the sine functions (arcsin)

1.จงเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

1.1 กราฟฟังก์ชันไซน์



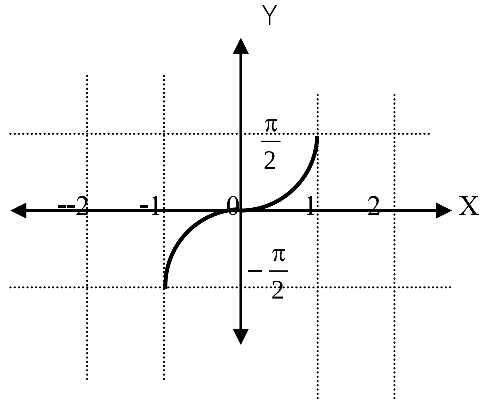
จาก y = sinx พิจารณา ช่วง f_{1-1}

$$f = \left\{(x, y) / y = \sin x, -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$$

D_f = ...

R_f = ...

1.2 กราฟของฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันไซน์



จาก x = sin y ก็ต่อเมื่อ y = arcsin x

$$f^{-1} = \left\{(x, y) / x = \sin y, -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$$

$$f^{-1} = \left\{(x, y) / y = \arcsin x, -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$$

D . = ...R . = ...

ดังนั้น x= sin y ก็ต่อเมื่อ y = arcsin x

แล้ว $\sin(\arcsin x) = x, -1 \le x \le 1$

$$\arcsin(\sin x) = x, -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$$

Alternate Example Find the values of the inverse of the sine functions

1) arcsin 0.3448

solution ให้ arcsin 0.3448 = θ

$\sin\theta = 0.3448 \quad , -\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

จากตาราง sin0.3520 = 0.3448

$\therefore \theta = 0.3520 = 20^{0}\, 10^{\prime}$

$\therefore$ arcsin 0.3448 = 0.3520 = $20^{0}\, 10^{\prime}$

1. 1 arcsin0= ...... 1.2. arcsin $\frac{\sqrt{2}}{2}$ =..........

1.3arcsin(-1)=.......1.4 arcsin $(-\frac{\sqrt{3}}{2})$=..........

1.5 arcsin $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ =..........

2) $\sin(\arcsin\frac{1}{2})$

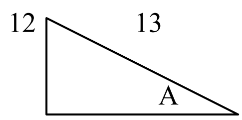
solution $\arcsin\frac{1}{2} = \theta \quad \therefore \quad \sin\theta = \frac{1}{2}, \quad \theta =$ .... , $\quad -\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

$\therefore \sin(\arcsin\frac{1}{2}) = \sin\theta =$ sin....... .= ....

ดังนั้น $\sin(\arcsin\frac{1}{2})$=......................

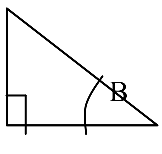
3) $\sin(\arcsin\frac{12}{13} + \arcsin\frac{4}{5})$

solution ให้ $\arcsin\frac{12}{13} = A \;\therefore \sin A = \frac{12}{13}$



ด้านที่เหลือยาว ....

$\therefore$ cosA=................................



ให้ $\arcsin\frac{4}{5} = B, \quad \sin B = \frac{4}{5}$

cosB=........

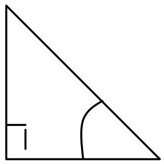
$\therefore \sin(\arcsin\frac{12}{13} + \arcsin\frac{4}{5}) = \sin(A+B)$

=

=

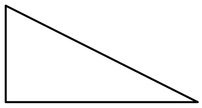
=

4) Prove the identitiy arcsin$\frac{1}{\sqrt{5}}$ +arcsin$\frac{2}{\sqrt{5}}$ = $\frac{\pi}{2}$



ให้ arcsin$\frac{1}{\sqrt{5}}$ =A   sinA= $\frac{1}{\sqrt{5}}$ cosA=..........

ให้ arcsin$\frac{2}{\sqrt{5}}$ =B   sinB= $\frac{2}{\sqrt{5}}$



......(arcsin$\frac{1}{\sqrt{5}}$ +arcsin$\frac{2}{\sqrt{5}}$)=......(A+B)   cosB=.........

=

แบบฝึกหัด

จงแสดงว่า

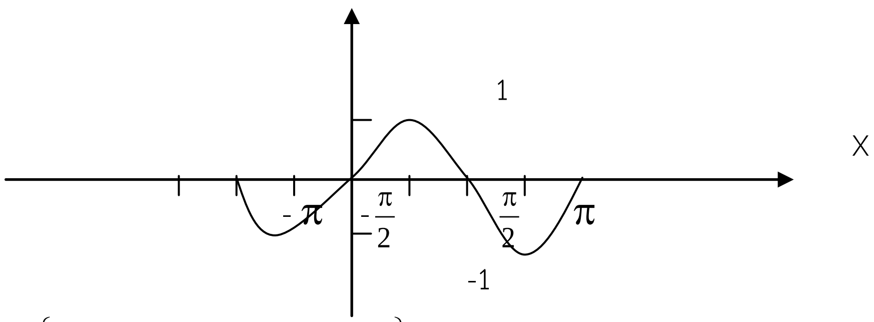
1.1) cos(2arcsinθ) =1-2θ^2

1.2) arcsin$\frac{1}{2}$ + arcsin$\frac{\sqrt{3}}{2}$ = - arcsin(-1)

1.3) sin(2arcsinx) = 2x$\sqrt{1-x^2}$

เฉลยเอกสารหมายเลข 41

1.1 กราฟของฟังก์ชันไซน์



$$f=\left\{(x,y)/\ y=\sin x,-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}\right\}$$

$D_f=[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

$R_f=[-1,1]$

$$f^{-1}=\left\{(x,y)/\ x=\sin y,-\frac{\pi}{2}\le y\le\frac{\pi}{2}\right\}$$

1.2 $$f^{-1}=\left\{(x,y)/\ y=\arcsin x,-\frac{\pi}{2}\le y\le\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$D_{f^{-1}}=[-1,1], R_{f^{-1}}=\left[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของฟังก์ชัน

1. 1 0 1.2 $\frac{\pi}{4}$ 1.3 $-\frac{\pi}{2}$ 1.4 $-\frac{\pi}{3}$ 1.5 $-\frac{\pi}{4}$

2. $\frac{1}{2}$

3. cosA = $\frac{5}{13}$ ด้านที่เหลือยาว 5 cosB = $\frac{3}{5}$, sin(arcsin$\frac{12}{13}$ +arcsin$\frac{4}{5}$) = $\frac{56}{65}$

4. cosA=$\frac{2}{\sqrt{5}}$, cosB=$\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ arcsin$\frac{1}{\sqrt{5}}$ +arcsin$\frac{2}{\sqrt{5}}$)= sin(A+B)

=sinAcosB+cosAsinB

$=\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}$

=1

$\therefore$ arcsin$\frac{12}{13}$ +arcsin$\frac{4}{5}$ = arcsin1= $\frac{\pi}{2}$

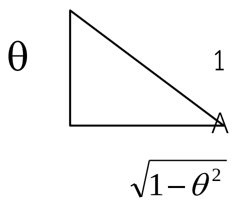
เฉลยแบบฝึกหัดเอกสารหมายเลข 41

1.

1.1) $\cos(2\arcsin\theta) = 1-2\sin^2(\arcsin\theta) = 1-2[\sin(\arcsin\theta)]^2 = 1-2\theta^2$

$\arcsin\theta = A$

$\sin A = \theta$



$\cos(2\arcsin\theta) = \cos 2A$

$= 1-2\sin^2$

$= 1-2\theta^2$

1.2) $\arcsin\frac{1}{2} + \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = 30^0 + 60^0 = 90^0 = -\arcsin(-1)$

1.3) $\sin(2\arcsin x) = \sin 2\theta$

$= 2\sin\theta\cos\theta$

$= 2x\sqrt{1-\sin^2\theta}$

$= 2x\sqrt{1-x^2}$