

ฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันโคไซน์ (arccosine) The inverse of the cosine functions		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ผลการเรียนรู้ พิสูจน์เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติและแก้สมการตรีโกณมิติได้		
<u>Learning outcomes</u> Prove the trigonometric functions,the inverse trigonometric functions. And solve trigonometric equation.		
<u>จุดประสงค์ปลายทาง</u> บอกโดเมนและเรนจ์และหาค่าของตัวผกผันของฟังก์ชันโคไซน์ได้		
<u>Intended destination</u> Find the domain and the range and the value of the inverse of the cosine function		
ครูผู้สอน นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ Instructor. Mrs. Malaiporn uasuan		

Name Class.No.....

%%%%%%%%%

The inverse of the sine functions (arccosine)

<p>1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้</p> <p>1.1 กราฟฟังก์ชันโคไซน์</p> <p>$y = \cos x$ พิจารณา ช่วง f_{1-1}</p> <p>$f = \{(x, y) / y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi\}$</p> <p>$D_f = \{x / 0 \leq x \leq \pi\}$ หรือ $[0, \pi]$</p> <p>$R_f = \{y / \dots\dots\dots\}$</p>	<p>1.2 กราฟของฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันโคไซน์</p> <p>ช่วง f_{1-1}</p> <p>จาก $x = \cos y$ ก็ต่อเมื่อ $y = \arccos x$</p> <p>$f^{-1} = \{(x, y) / x = \cos y, 0 \leq y \leq \pi\}$ หรือ</p> <p>$f^{-1} = \{(x, y) / y = \arccos x, 0 \leq y \leq \pi\}$</p> <p>$D_{f^{-1}} = \dots\dots\dots R_{f^{-1}} = \dots\dots\dots$</p>
---	--

ดังนั้น $x = \cos y$ ก็ต่อเมื่อ $y = \arccos x$

แล้ว $\cos(\arccos x) = x$ เมื่อ $-1 \leq x \leq 1$

แล้ว $\arccos(\cos x) = x$ เมื่อ $0 \leq x \leq \pi$

Alternate Example 1 Find the values of the inverse of the functions

1) $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right)$

ให้ $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right) = \theta$ แล้ว $\cos \theta = \frac{-1}{2}$ $0 \leq \theta \leq \pi$
 $\theta = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$

2) $\arccos(-0.8843)$

solution ให้ $\arccos(-0.8843) = \theta$ แล้ว $\cos \theta = 0.8843$ $0 \leq \theta \leq \pi$

θ อยู่ใน Q_2 จากตาราง $\cos 0.4858 = 0.8843$

$\therefore \cos(\pi - 0.4858) = -0.8843$

แต่ $\cos \theta = -0.8843$

$\therefore \theta = \pi - 0.4858$

$= 3.1416 - 0.4858$

$= 2.6558$

$\arccos(-0.8843) = 2.6558$

3) $\sin\left(\arccos \frac{3}{5} + \arccos -\frac{3}{5}\right)$

ให้ $\arccos \frac{3}{5} = A \therefore \cos A = \frac{3}{5}$

และ $\sin A = \dots\dots$

$\arccos\left(-\frac{3}{5}\right) = B \therefore \cos B = -\frac{3}{5}$

และ $\sin B = \dots$

$\therefore \sin\left(\arccos \frac{3}{5} + \arccos -\frac{3}{5}\right) = \sin(A+B)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

Example 2 Prove the identity

$\arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65} = \arcsin \frac{3}{5}$

solution ให้ $\arccos \frac{12}{13} = A \therefore \cos A = \frac{12}{13}$, $\sin A = \dots\dots$

$\arcsin \frac{16}{65} = B \therefore \sin B = \frac{16}{65}$, $\cos B = \dots\dots$

$\dots\dots(\arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65}) = \dots\dots(A+B)$

แบบฝึกหัด

1. จงหาค่าต่อไปนี้โดยใช้ตาราง $\arccos 0.5640$

2. จงหาค่าต่อไปนี้

1) $\cos[\arccos(\frac{-\sqrt{3}}{2})]$

2) $\tan[\arccos \frac{1}{3}]$

3) $\cot[\arccos(\frac{-\sqrt{3}}{3})]$

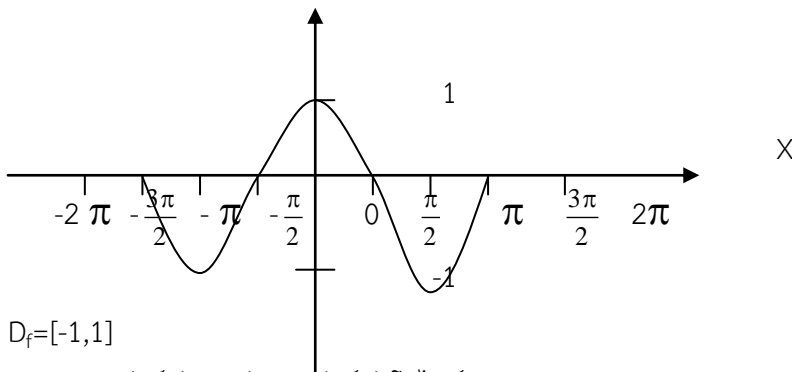
4) $\sin(2 \arccos a)$, $a > 0$

5) $\sin(\arccos \frac{3}{5} + \arcsin(-\frac{3}{5}))$

3. จงแสดงว่า $\arcsin \frac{4}{5} + \arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$

เฉลยเอกสารหมายเลข 42

1.1 กราฟฟังก์ชันโคไซน์



$D_f = [-1, 1]$

1.2 กราฟฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันโคไซน์

$D_{f^{-1}} = [-1, 1], R_{f^{-1}} = [0, \pi]$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของฟังก์ชัน

3) $\sin(\arccos \frac{3}{5} + \arccos -\frac{3}{5})$

$\sin A = \frac{4}{5} \quad \sin B = \frac{4}{5}$

$\therefore \sin(\arccos \frac{3}{5} + \arccos -\frac{3}{5}) = \sin(A+B) = 0$

ตัวอย่าง 2 จงแสดงว่า $\arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65} = \arcsin \frac{3}{5}$

วิธีทำให้ $\arccos \frac{12}{13} = A \therefore \cos A = \frac{12}{13}, \sin A = \frac{5}{13}$

$\arcsin \frac{16}{65} = B \therefore \sin B = \frac{16}{65}, \cos B = \frac{63}{65}$

$\sin(\arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65}) = \sin(A+B)$

$$\begin{aligned}
&= \sin A \cos B + \cos A \sin B \\
&= \frac{5}{13} \cdot \frac{63}{65} + \frac{12}{13} \cdot \frac{16}{65} \\
&= \frac{315 + 192}{845} \\
&= \frac{507}{845} = \frac{3}{5} \\
\therefore \arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65} &= \arcsin \frac{3}{5}
\end{aligned}$$

เฉลยแบบฝึกหัด

1. $\arccos 0.5640 = 0.9716$

2. 1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $2\sqrt{2}$ 3) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ 5) $2a\sqrt{1-a^2}$ 6) $\frac{7}{25}$

3. $\arcsin \frac{4}{5} = A$ $\arccos \frac{12}{13} = B$ $\arcsin \frac{16}{65} = C$

$$\begin{aligned}
\sin(A+B+C) &= \frac{4}{5} \left(\frac{12}{13} \cdot \frac{63}{65} - \frac{5}{13} \cdot \frac{16}{65} \right) + \frac{3}{5} \left(\frac{5}{13} \cdot \frac{63}{65} + \frac{12}{13} \cdot \frac{16}{65} \right) \\
&= 1
\end{aligned}$$

$$\arcsin \frac{4}{5} + \arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$