

Trigonometric equations		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<p><u>ผลการเรียนรู้</u> พิสูจน์เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติและแก้สมการตรีโกณมิติได้</p> <p><u>Learning outcomes</u> Prove the trigonometric functions,the inverse trigonometric functions. And solve trigonometric equation.</p>		
<p><u>จุดประสงค์ปลายทาง</u> หาคำตอบของสมการตรีโกณมิติเมื่อ กำหนดเอกภพสัมพัทธ์มาให้ได้</p> <p><u>Intended destination</u> Find the answers to the trigonometric equation ,given the interval.</p>		
ครูผู้สอน	นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ	Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan

Name Class.No.....

%%%%%%%%%

Trigonometric equations

- Solving trigonometric equations คือ การหาคำตอบของสมการตรีโกณมิติที่ทำให้สมการเป็นจริงซึ่งทำได้เช่นเดียวกับการแก้สมการพีชคณิต สมการลอการิทึม สมการเอกซ์โพเนนเชียล
- The answer of trigonometric equation แบ่งได้ 2 แบบ คือ
 - คำตอบเฉพาะ (กำหนดเอกภพสัมพัทธ์มาให้) given the interval. of answer
 - คำตอบในรูปค่าทั่วไป (ไม่กำหนดเอกภพสัมพัทธ์มาให้) No given the interval of answer

Solving trigonometric equations, given the interval of answer

Alternate Example1 Solve algebraically for exact solutions in the interval $0 \leq x < 360^\circ$

1) $\cos x = 0$

solution $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

ตอบ $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$ หรือ $\{90^\circ, 270^\circ\}$

3) $2\sin^2 x + \cos x = 1$

Solution $2\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$

$2(1 - \cos^2 x) + \cos x - 1 = 0$

.....
.....

2) $\sin^2 x = 1$

solution $\sin x = \pm \sqrt{1}$

$\sin x = 1$ หรือ $\sin x = -1$

$\therefore x =$ หรือ $x =$

Answer $\{ \quad \}$ หรือ $\{ \quad \}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$1) \tan x - \sqrt{3} \cot x + 1 = \sqrt{3}$$

solution $\tan x - \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\tan x} + 1 - \sqrt{3} = 0$

คูณตลอดด้วย $\tan x$

$$\text{จะได้ } \tan^2 x - \sqrt{3} + \tan x - \sqrt{3} \tan x = 0$$

$$(\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x) + (\tan x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\tan x(\tan x - \sqrt{3}) + (\tan x - \sqrt{3}) = 0$$

.....

$$5) \sqrt{3} \cos x - 3 \sin x = 0 \quad (\text{เปลี่ยนเป็นฟังก์ชันไซน์})$$

$$a = -3, b = \sqrt{3}, \text{ คูณตลอด}$$

$$\text{ด้วย } \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \times (\sqrt{3} \cos x - 3 \sin x = 0)$$

.....

แบบฝึกหัด

จงแก้สมการต่อไปนี้ เมื่อ $0 \leq x < 2\pi$

1. $4\sin^2 x - 3 = 0$

2. $\tan x \sin x + \tan x = 0$

3. $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x = 0$

4. $4\sin^3 x - \sin x = 0$

5. $\sin^2 x - \cos x + 5 = 0$

6. $3 \sec x - \cos x + 2 = 0$

7. $\sqrt{3} \csc^2 x + 2 \csc x = 0$

8. $\cos 2x + 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 1$

9. $2 \sin^2 x - 3 \cos x - 3 = 0$

10. $\cot x + 2 \sin x = \csc x$

เฉลยเอกสารหมายเลข 49

คำสั่ง จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ เมื่อ $x \in [0, 2\pi)$

2. $\sin^2 x = 1$ ตอบ $\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \}$

3. $2\sin^2 x + \cos x = 1$ ตอบ $\{ 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \}$

4) $\tan x - \sqrt{3} \cot x + 1 = \sqrt{3}$

วิธีทำ $\tan x - \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\tan x} + 1 - \sqrt{3} = 0$

คูณตลอดด้วย $\tan x$

จะได้ $\tan^2 x - \sqrt{3} + \tan x - \sqrt{3} \tan x = 0$

$(\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x) + (\tan x - \sqrt{3}) = 0$

$\tan x(\tan x - \sqrt{3}) + (\tan x - \sqrt{3}) = 0$

$(\tan x - \sqrt{3})(\tan x + 1) = 0$

$\tan x = \sqrt{3}, -1$

ตอบ $\{ 60^\circ, 240^\circ, 135^\circ, 315^\circ \}$

5) $\sqrt{3} \cos x - 3 \sin x = 0$ (เปลี่ยนเป็นฟังก์ชันไซน์)

$a = -3, b = \sqrt{3}$, คูณตลอดด้วย $\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$\frac{1}{2\sqrt{3}} \times (\sqrt{3} \cos x - 3 \sin x = 0)$

$\sin 30^\circ \cos x - \cos 30^\circ \sin x = 0$

$\sin(30^\circ - x) = 0$

ตอบ $\{ 30^\circ, 210^\circ \}$

เฉลยแบบฝึกหัด

จงแก้สมการต่อไปนี้ เมื่อ $0 \leq x < 2\pi$

1. $\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \}$

2. $\{ 0, \pi \}$

3. $\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \}$

4. $\{ 0, \pi, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \}$

5. \emptyset

6. $\{ \pi \}$

7. $\{ \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \}$

8. $\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \pi \}$

9. $\{ \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3} \}$

10) $\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \}$