

Trigonometric equations		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<p>ผลการเรียนรู้ พิสูจน์เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติและแก้สมการตรีโกณมิติได้</p> <p><u>Learning outcomes</u> Prove the trigonometric functions,the inverse trigonometric functions. And solve trigonometric equation.</p>		
<p>จุดประสงค์ปลายทาง หาคำตอบของสมการตรีโกณมิติเมื่อคำตอบอยู่ในรูปค่าทั่วไปได้</p> <p><u>Intended destination</u> Find the answers to the trigonometric equation. Not given the interval of answer .</p>		
ครูผู้สอน	นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ	Instructor. Mrs. Malaiporn uasuwan

Name Class.No.....

%%%%%%%%%

การแก้สมการตรีโกณมิติเมื่อคำตอบอยู่ในรูปค่าทั่วไป

คำตอบทั่วไป (general solution) เป็นคำตอบภายใต้เอกภาพสัมพัทธ์ของจำนวนจริง

(R) ถ้าไม่มีการกำหนดเอกภาพสัมพัทธ์มาให้ ให้ถือว่าเอกภาพสัมพัทธ์คือ R แบ่งเป็น 2 วิธีคือ

1.หาคำตอบในช่วง $(0,2\pi]$ หรือ $[0,2\pi)$ แล้วนำคำตอบของสมการคือ

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ เมื่อ θ คือค่าของมุมหรือจำนวนจริงที่เป็นคำตอบของสมการ คำตอบทั่วไป คือ

$\{2n\pi + \theta_1, 2n\pi + \theta_2, \dots, 2n\pi + \theta_n\}$ หรือ $\{360^\circ n + \theta_1, 360^\circ n + \theta_2, 360^\circ n + \theta_3, \dots, 360^\circ n + \theta_n\}$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

2. ค่าทั่วไปในรูปผลบวกและผลต่างของ $2n\pi$ หรือ $n\pi$ เมื่อ α เป็นจำนวนจริงบวกที่น้อยที่สุด หรือศูนย์ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ ซึ่ง $n \in \mathbb{I}$

1. $\sin \theta = \sin \alpha$ หรือ $\operatorname{cosec} \theta = \operatorname{cosec} \alpha$ แล้ว $\theta = n\pi + (-1)^n \alpha$

2. $\cos \theta = \cos \alpha$ หรือ $\sec \theta = \sec \alpha$ แล้ว $\theta = 2n\pi \pm \alpha$

3. $\tan \theta = \tan \alpha$ หรือ $\cot \theta = \cot \alpha$ แล้ว $\theta = n\pi + \alpha$

Alternate Example1 Solve algebraicclly for exact solution

1) $\sin 4x + \sin 2x = 0$ the interval $[0, 2\pi)$

solution $2\sin \frac{4x+2x}{2} \cos \frac{4x-2x}{2} = 0$

$2\sin 3x \cos x = 0$

$2(3\sin x - 4\sin^3 x) \cos x = 0$

$2\sin x \cos x (3 - 4\sin^2 x) = 0$

$\sin x \cos x (3 - 4\sin^2 x) = 0$

$$\sin x = 0 \quad \text{or} \quad \cos x = 0 \quad \text{or} \quad 3-4\sin^2 x = 0$$

$$x = 0, \pi \quad \text{or} \quad x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \quad \text{or} \dots\dots\dots$$

Answer

2) $4\sin^2 x = 1$, $x \in R$

solution

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3) $6\tan x - 5\sqrt{3} \sec x + 12\cot x = 0$

solution $6 \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{5\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{12\cos x}{\sin x} = 0$

คุณตลอดด้วย

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

จงแก้สมการต่อไปนี้



- 1) $4\sin^2 \theta = 1$
- 2) $\tan^2 \theta - 3 = 0$
- 3) $\tan \theta \sin \theta + \tan \theta = 0$
- 4) $\sec^2 \theta - 2\tan \theta = 0$
- 5) $\cos 2\theta = \sin \theta$

เฉลยเอกสารหมายเลข 51

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของสมการตรีโกณมิติ

1) $\sin 4x + \sin 2x = 0$ เมื่อ $x \in [0, 2\pi)$

$$2\sin \frac{4x+2x}{2} \cos \frac{4x-2x}{2} = 0$$

$$2\sin 3x \cos x = 0$$

$$2(3\sin x - 4\sin^3 x) \cos x = 0$$

$$2\sin x \cos x (3 - 4\sin^2 x) = 0$$

$$\sin x \cos x (3 - 4\sin^2 x) = 0$$

$\sin x = 0$ หรือ $\cos x = 0$ หรือ $3 - 4\sin^2 x = 0$

$x = 0, \pi$ หรือ $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ หรือ $x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

ตอบ $\{0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$

2) $4\sin^2 x = 1, x \in \mathbb{R}$

ตอบ 1. $\{2n\pi + \frac{\pi}{6}, 2n\pi + \frac{5\pi}{6}, 2n\pi + \frac{7\pi}{6}, 2n\pi + \frac{11\pi}{6}\}$

2. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{I}$

1) $6\tan x - 5\sqrt{3} \sec x + 12\cot x = 0$

ตอบ 1. $\{2n\pi + \frac{\pi}{3}, 2n\pi + \frac{2\pi}{3}\}$

2. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{I}$

เฉลยแบบฝึกหัด

$n \in \mathbb{I}$

1. $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$ ตอบ $\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}\}$

2. $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$ ตอบ $\{n\pi + \frac{\pi}{3}\}$ หรือ สมการกำลังสอง $\{n\pi \pm \frac{\pi}{3}\}$

3. $\{0, \pi\}$ ตอบ $\{n\pi\}$

4. $\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\}$ ตอบ $\{n\pi + \frac{\pi}{4}\}$

5. $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\}$ หรือ $\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}\} \cup \{n\pi + (-1)^n \frac{3\pi}{2}\}$