

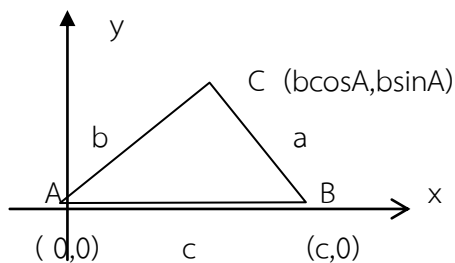
The Law of Sines		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	สาระที่ 4 พีชคณิต	วิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<p>ผลการเรียนรู้ นำความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ กฎของโคไซน์และไซน์หาส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงได้</p> <p>Learning outcomes. Apply the law of cosines and sines to solve oblique triangles, Solving problems with distance</p>		
<p>จุดประสงค์ปลายทาง นำความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติกฎของไซน์ไปใช้แก้ปัญหาได้</p> <p>Intended destination Apply the law of cosines to solving problems.</p>		
ครูผู้สอน	นางมาลัยพร เอื้อสุวรรณ	Instructor. Mrs. Malaiporn uasuan

Name Class.No.....

%%%%%%%%%

The Law of Sines

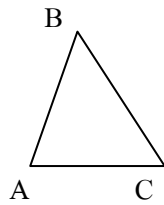
กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมใด ๆ และ a b และ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม A มุม B และมุม C



<p>1. กฎของไซน์</p> $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} \quad \text{หรือ} \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ <p>2. พื้นที่ $\Delta ABC = \frac{1}{2} ab \sin C$</p> $= \frac{1}{2} ac \sin B$ $= \frac{1}{2} bc \sin A$ <p>3. กฎของฮีโร (Hero formula)</p> <p>พื้นที่ $\Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$</p> <p>เมื่อ $s = \frac{a+b+c}{2}$</p>	<p>4. กฎของไซน์เมื่อใช้กฎของฮีโร</p> $\sin A = \frac{2}{bc} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $\sin B = \frac{2}{ac} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $\sin C = \frac{2}{ab} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad , \quad s = \frac{a+b+c}{2}$ <p>5. ประโยชน์ของกฎไซน์</p> <p>5.1 กำหนดมุม 2 มุมและความยาวของด้าน 1 ด้าน ให้หาความยาวของด้านที่เหลือ</p> <p>5.2 กำหนดความยาวของด้าน 2 ด้าน และขนาดของมุม 1 มุม อยู่ตรงข้ามกับด้านที่กำหนดให้ หามุมที่เหลือ</p>
---	--

Example 1 $\triangle ABC$ มี $AB=8$, มุม $A = 30^\circ$
 มุม $C = 45^\circ$ จงหาพื้นที่ $\triangle ABC$ (ไม่เปิดตาราง)

solution $AB = c = 8$



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\therefore a = \frac{c}{\sin C} \cdot \sin A$$

.....

$$\text{พื้นที่ } \triangle ABC = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$(\because \text{มุม } B = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ) \dots\dots\dots$$

.....

Example 2 $\triangle ABC$ มี $a=12$ ” $b+c = 24$ ” มีพื้นที่ 54 ตารางนิ้ว จงหา c , มุม A
 (เปิดตารางตรีโกณมิติ)

solution $s = \frac{a+b+c}{2}$ $s = \dots\dots\dots$ และ $b+c = 24$ ดังนั้น $b = 24-c$

$$\therefore \text{พื้นที่ } \triangle ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$54 = \sqrt{18(18-12)((18)-(24-c))(18-c)}$$

แบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดที่ 2.10 หน้า 173-174 ข้อ 3 , 4 , 8 , 9

3. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 1) $a = 15$, $b = 20$ และ $C = 65^\circ$
- 2) $c = 5.5$, $b = 80$ และ $A = 13.5^\circ$
- 3) $a = 14.1$, $c = 27.4$ และ $B = 112^\circ$

4. จงหาส่วนต่างๆที่เหลือของรูปสามเหลี่ยม ABC จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 1) $B = 120^\circ$, $C = 35^\circ$, $a = 15$
- 2) $A = 102^\circ$, $B = 41^\circ$, $c = 52.8$
- 3) $A = 1$, $b = \sqrt{3}$, $A = 30^\circ$
- 4) $B = 60^\circ$, $b = 3\sqrt{2}$, $3 + \sqrt{3}$
- 5) $B = 45^\circ$, $c = \sqrt{12}$, $b = \sqrt{8}$

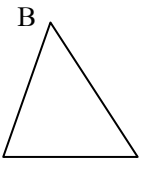
8. ถ้ามีที่ดินอยู่แปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีมุมๆหนึ่งเป็นมุมฉากและด้านที่ประกอบมุมนี้ยาวเท่ากัน มุมที่อยู่ตรงข้ามกับมุมฉากมีขนาด 30 องศา และด้านที่ประกอบมุมนี้ยาว 20 และ 40 เมตร อยากทราบว่า ถ้ามีที่ดินก็ตารางเมตร

9. บ้านของแก้ว ชั่วญ และคณิง ปลูกเรียงเป็นแนวเส้นตรงเดียวกันอยู่ริมฝั่งคลองด้านหนึ่งตามลำดับ บ้านของคณิงและชั่วญ อยู่ห่างกัน 50 เมตร บ้านของจิตอยู่ริมฝั่งคลองตรงกันข้ามกับบ้านของแก้วพอดี จิตบอกกับแก้วว่าเส้นตรงที่ลากโยงระหว่างบ้านของเขากับบ้านของชั่วญ และเส้นตรงที่ลากโยงระหว่างบ้านของเขากับบ้านของคณิงนั้นทำมุมกัน 30 องศา คณิงบอกกับแก้วว่า เมื่อเขายืนอยู่ที่บ้านของเขา เขาวัดมุมที่เกิดจากแนวโยงระหว่างบ้านของเขากับบ้านของจิตที่ทำกับแนวริมฝั่งคลองได้ 45 องศา แก้วควรจะหาความกว้างของคลองนี้ได้เท่าไร (สมมติว่าฝั่งคลองสองข้างขนานกัน)

เฉลยเอกสารหมายเลข 53

ตัวอย่าง 1 $\triangle ABC$ มี $AB=8$, มุม $A = 30^\circ$ มุม $C = 45^\circ$ จงหาพื้นที่ $\triangle ABC$ (ไม่เปิดตาราง)

วิธีทำ $AB = c = 8$



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\therefore a = \frac{c}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{8 \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = 4\sqrt{2}$$

พื้นที่ $\triangle ABC = \frac{1}{2}ac \sin B$ (\therefore มุม $B = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$)

$$= \frac{1}{2}(4\sqrt{2})(8)(\sin 105^\circ) = 16\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right) = 8\sqrt{3} + 8 = 21.856$$

ตัวอย่างที่ 2 $\triangle ABC$ มี $a=12$ ” $b+c = 24$ ” มีพื้นที่ 54 ตารางนิ้ว จงหา c , มุม A (เปิดตารางตรีโกณมิติ)

วิธีทำ $s = \frac{a+b+c}{2}$ $s = 18$ และ $b+c = 24$ ดังนั้น $b = 24-c$

$$\therefore \text{พื้นที่ } \triangle ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$54 = \sqrt{18(18-12)((18)-(24-c))(18-c)}$$

$$54 = 6\sqrt{3(24c-108-c^2)}$$

$$81 = 3(24c-108-c^2)$$

$$0 = c^2 - 24c + 135$$

$$c = 9, 15 \text{ แล้ว } b = 15, 9 \text{ ตามลำดับ } \cos A = 0.9 \quad A \approx 53^\circ 10'$$

เฉลยแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด 2.10

3) 1. 135.9 ตารางหน่วย 2. 213.92 ตารางหน่วย 3. 179.107 ตารางหน่วย

4) 1. $A = 25^\circ$, $b = 30.74$, $c = 20.36$

2. $C = 37^\circ$, $a = 85.82$ $b = 57.56$

3. $B = 60^\circ$ $C = 90^\circ$ $c = 2$ หรือ $B = 120^\circ$ $C = 30^\circ$ $c = 1$

4. $A = 45^\circ$ $C = 75^\circ$ $a = 2\sqrt{3}$ หรือ $A = 15^\circ$ $C = 105^\circ$

$a = 3 - \sqrt{3}$

5. $A = 75^\circ$ $C = 60^\circ$ $a = 3.86$ หรือ $A = 15^\circ$ $C = 120^\circ$

$a = 1.035$

8) $500 - 200\sqrt{3} + 200 = 353.6$ ตารางเมตร

9) 68.3 เมตร