

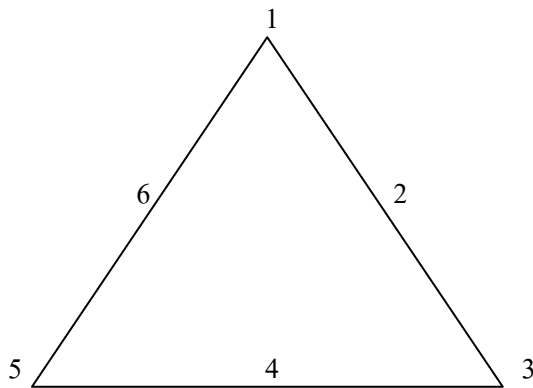
แบบทดสอบเรื่องคณิตศาสตร์เชิงการจัดและความน่าจะเป็น

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน รวม 23 ข้อ (45 คะแนน)
2. ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัย รวม 20 ข้อ (30 คะแนน)
ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย รวม 3 ข้อ (15 คะแนน)

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จะสร้างจำนวนเต็ม 6 หลักจากเลขโดด 0 – 9 โดยไม่ใช่ตัวเลขซ้ำกันได้กี่จำนวน
ก. 6,480 จำนวน ข. 136,080 จำนวน ค. 409,104 จำนวน ง. 2,177,280 จำนวน
2. เลขโดด 0 – 9 นำมาสร้างจำนวนเต็ม 4 หลักและหารด้วย 5 ลงตัวได้กี่จำนวน
ก. 30 จำนวน ข. 126 จำนวน ค. 900 จำนวน ง. 1,800 จำนวน
3. นำผู้ชายและผู้หญิงจำนวนเท่ากันมาขึ้นเรียงเป็นเส้นตรง โดยให้ผู้ชายยืนคู่กับผู้ชายและผู้หญิงยืนคู่กับผู้หญิง จะจัดได้ 1,152 วิธี อยากทราบว่าถ้าเลือกผู้ชายและผู้หญิงอย่างละ 2 คน มาขึ้นเป็นเส้นตรงโดยให้ผู้ชายและผู้หญิงยืนสลับกันจะจัดได้กี่วิธี
ก. 36 วิธี ข. 72 วิธี ค. 108 วิธี ง. 144 วิธี
4. เด็กชายคนหนึ่งและเด็กหญิงอีกสี่คนเป็นพี่น้องกัน ต้องการจัดระเบียบห้องนอนที่มีอยู่ 3 ห้อง โดยมีเงื่อนไขว่าเด็กชายต้องนอนคนเดียว ส่วนเด็กหญิงนอนห้องละไม่เกิน 2 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดเด็กทั้งห้าคนเข้าห้องนอนทั้ง 3 ห้องดังกล่าว
ก. 10 วิธี ข. 36 วิธี ค. 42 วิธี ง. 48 วิธี
5. ชายหญิงรวม 6 คนขึ้นเป็นเส้นตรงรูปสามเหลี่ยมดัดรูป ถ้าจัดให้คนที่ 1, 3, 5 สลับตำแหน่งกัน 1 ครั้งและคนที่ 2, 4, 6 ก็สลับตำแหน่งกัน 1 ครั้งเช่นกัน มีเงื่อนไขว่าคนที่ 1, 3, 5 จะสลับตำแหน่งกับคนที่ 2, 4, 6 ไม่ได้ จงหาว่ามีจำนวนทั้งสิ้นกี่วิธีที่จะขึ้นสลับตำแหน่งกันโดยไม่มีใครขึ้นซ้ำในตำแหน่งเดิม



- ก. 6 วิธี ข. 12 วิธี ค. 24 วิธี ง. 36 วิธี

12. ฝ่ายทะเบียนของโรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งมีหน้าที่ออกเลขประจำตัวให้กับนักเรียนใหม่ทุกปีการศึกษา โดยมีข้อกำหนดว่าเลขประจำตัวนักเรียนจะมีทั้งหมด 7 หลัก โดยสองหลักแรกนับจากทางซ้ายเป็นเลขปีการศึกษา หลักที่สามเป็นเลขแทนชั้นปีของนักเรียน ส่วนอีกสี่หลักที่เหลือจะให้คอมพิวเตอร์สุ่มออกมา จงหาจำนวนเลขประจำตัวทั้งหมดที่ฝ่ายทะเบียนของโรงเรียนนี้จะออกให้ได้ในปีการศึกษาหนึ่งๆ
- ก. 1,000 จำนวน ข. 9,000 จำนวน ค. 10,000 จำนวน ง. 70,000 จำนวน
13. ในฤดูฝน สำหรับแต่ละวันสมมติว่าโอกาสที่ฝนจะตกอย่างเดียวก็คือเป็นร้อยละ 64 โอกาสที่จะมีแดดออกอย่างเดียวกเท่ากับร้อยละ 20 จงหาว่าโอกาสที่จะมีทั้งแดดออกและฝนตกในวันเดียวกันมีค่าเท่าใด
- ก. ร้อยละ 16 ข. ร้อยละ 20 ค. ร้อยละ 84 ง. ร้อยละ 80
14. จงหาความน่าจะเป็นที่สลากกินแบ่งรัฐบาลในแต่ละงวดจะออกเลขท้าย 2 ตัวเป็นจำนวนเฉพาะ หรือหารด้วย 7 ลงตัว
- ก. 0 ข. $\frac{7}{10^6}$ ค. $\frac{35}{10^6}$ ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง
15. ในการเล่นเก้าอี้ดนตรี จะมีผู้เล่นมากกว่าจำนวนเก้าอี้อยู่ 1 เสมอ จงหาว่าจะต้องเล่นเก้าอี้ดนตรีทั้งสิ้นกี่รอบ จึงจะเหลือผู้เล่นเพียงคนเดียว (สมมติว่ามีผู้เล่นจำนวน n คน และให้ตอบในเทอมของ n)
- ก. n รอบ ข. $n - 1$ รอบ ค. $n!$ รอบ ง. $(n - 1)!$ รอบ
16. ในงานสมรสหมู่ครั้งหนึ่งมีคู่สมรสทั้งหมด 30 คู่ ในจำนวนนี้มีคู่สมรสที่เป็นหญิงสาวแวนทั้งหมด 11 คน คู่สมรสที่เป็นชายสาวแวนทั้งหมด 6 คน เจ้าภาพกำหนดให้คู่สมรสที่ใส่แวนทั้งคู่ขึ้นไปกล่าวบนเวที จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีคู่สมรสที่คนใดคนหนึ่งสวมแวนขึ้นไปกล่าวบนเวที
- ก. $\frac{8}{15}$ ข. $\frac{14}{15}$ ค. $\frac{7}{30}$ ง. $\frac{23}{30}$
17. คนจัดดอกไม้มีดอกไม้ชนิดเดียวกันแต่กลีบสีดังนี้ สีแดง 6 ดอก สีเหลือง 3 ดอก และสีชมพู 3 ดอก เขาต้องการจัดดอกไม้ใส่ลงในแจกัน 3 ใบที่มีขนาดต่างกันคือ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดดอกไม้ลงในแจกันทั้งสามใบ โดยที่แจกันแต่ละใบต้องมีดอกไม้ครบทุกสี
- ก. 12 ข. 27 ค. 54 ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง
18. นักชีววิทยาต้องการทดสอบความสามารถของลิงในการรับรู้เชิงจำนวน (หมายความว่าสามารถทราบได้ว่าเลขนี้มีค่าเท่าใด) จึงทำการทดลองโดยให้ลิงกดปุ่มบนแป้นโทรศัพท์เมื่อนักชีววิทยายกแผ่นป้ายแสดงจำนวน เช่น เมื่อนักชีววิทยายกแผ่นป้ายเลข 4 ก็หมายความว่าลิงจะต้องกดเป็นเลข 4 จึงจะถือว่าถูกต้อง ถ้านักชีววิทยาทำการทดลองนี้เพียง 5 ครั้ง โดยสุ่มเลขตั้งแต่ 0 - 9 ไม่ซ้ำกันทั้ง 5 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลิงจะทายถูกครบทุกครั้ง
- ก. $\frac{1}{126}$ ข. $\frac{1}{15,120}$ ค. 1 ง. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

19. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 20\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, \dots, 20\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เมื่อสุ่มตัวเลขจากเซต B ตัวหนึ่งและเซต C อีกตัวหนึ่งแล้ว ผลบวกของตัวเลขทั้งสองจำนวนนั้นจะไม่อยู่ในเซต A
- ก. $\frac{1}{5}$ ข. $\frac{2}{5}$ ค. $\frac{3}{5}$ ง. $\frac{4}{5}$
20. สมมติว่าความน่าจะเป็นที่เมื่อท่านโดยสารเครื่องบินแล้วเครื่องจะประสบอุบัติเหตุตกเท่ากับ 0.0001 ความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุเมื่อโดยสารรถไฟเท่ากับ 0.0005 และความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์เท่ากับ 0.005 ความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุพร้อมๆ กันทั้งสองอย่างเท่ากับศูนย์ และความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุพร้อมๆ กันทั้งสามทางเท่ากับศูนย์อีกเช่นกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุเมื่อท่านโดยสารรถไฟหรือรถยนต์หรือเมื่อโดยสารเครื่องบิน
- ก. 0.005 ข. 0.0056 ค. 0.0005 ง. 0.05
-

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ (รวม 15 คะแนน)

1. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

1) $r! \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ (1 คะแนน)

2) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ (1 คะแนน)

2. จงพิสูจน์ว่าจำนวนวิธีการจัดเรียงเก้าอี้จำนวน k ตัวที่แตกต่างกันทั้งหมดเป็นวงกลมมีค่าเท่ากับ $(k-1)!$ (2 คะแนน)

3. กำหนดให้ A, B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ที่ไม่เกิดขึ้นร่วมกัน (disjoint events) จงแสดงว่า

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (2 คะแนน)

4. นิยาม A, B เป็นเหตุการณ์ใดๆ และ $P(A|B)$ คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A ที่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ B

โดยที่ $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ถ้า A, B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน จงแสดงว่า $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ (2 คะแนน)

5. จงแสดงว่าจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตที่มีสมาชิก n ตัวมีค่าเท่ากับ 2^n (2 คะแนน)

(แนะนำ: ให้ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบททวินามในการพิสูจน์นี้)

6. จงหารูปแบบของ $(1-x)^n$ สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ (2 คะแนน)

7. กำหนดให้ A, B, C เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ U จงแสดงว่า (3 คะแนน)

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
