

แบบทดสอบเรื่องคณิตศาสตร์เชิงการจัดและความน่าจะเป็น

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน รวม 23 ข้อ (45 คะแนน)
2. ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัย รวม 20 ข้อ (30 คะแนน)
- ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย รวม 3 ข้อ (15 คะแนน)

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

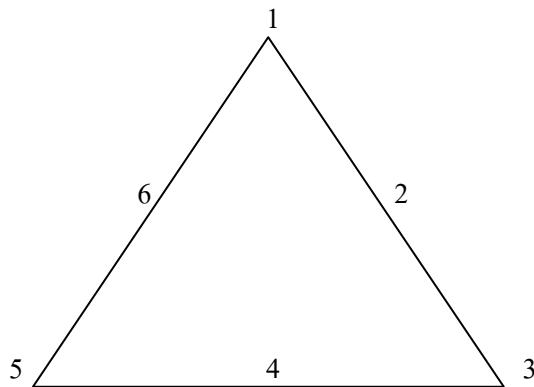
1. จะสร้างจำนวนเต็ม 6 หลักจากเลขโดด 0 – 9 โดยไม่ใช้ตัวเลขซ้ำกันได้กี่จำนวน

ก. 6,480 จำนวน	ข. 136,080 จำนวน	ค. 409,104 จำนวน	ง. 2,177,280 จำนวน
----------------	------------------	------------------	--------------------
2. เลขโดด 0 – 9 นำมาสร้างจำนวนเต็ม 4 หลักและหารด้วย 5 ลงตัวได้กี่จำนวน

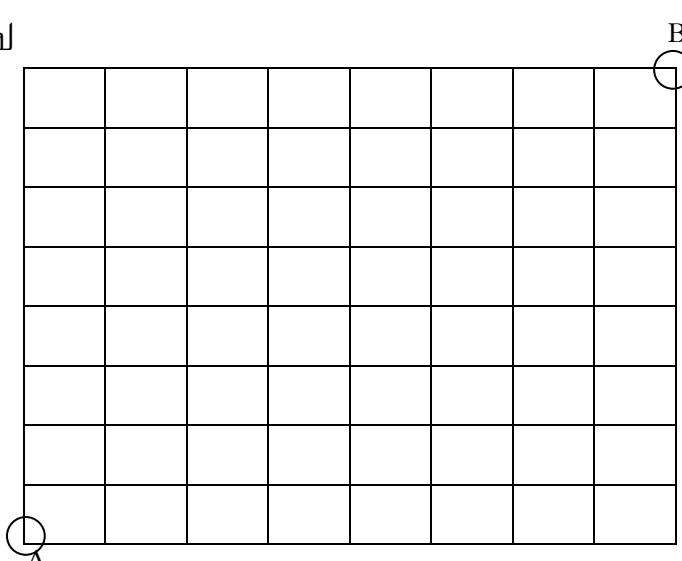
ก. 30 จำนวน	ข. 126 จำนวน	ค. 900 จำนวน	ง. 1,800 จำนวน
-------------	--------------	--------------	----------------
3. นำผู้ชายและผู้หญิงจำนวนเท่ากันมาบินเรียงเป็นเส้นตรง โดยให้ผู้ชายยืนคู่กับผู้ชายและผู้หญิงยืนคู่กับผู้หญิง จะจัดได้ 1,152 วิธี อย่างทราบว่าถ้าเลือกผู้ชายและผู้หญิงอย่างละ 2 คน มาบินเป็นเส้นตรงโดยให้ผู้ชายและผู้หญิงยืนสลับกันจะจัดได้กี่วิธี

ก. 36 วิธี	ข. 72 วิธี	ค. 108 วิธี	ง. 144 วิธี
------------	------------	-------------	-------------
4. เด็กชายคนหนึ่งและเด็กหญิงอิกสี่คนเป็นพี่น้องกัน ต้องการจัดระเบียบท้องนอนที่มีอู่ 3 ห้อง โดยมีเงื่อนไขว่าเด็กชายต้องนอนคนเดียว ส่วนเด็กหญิงนอนห้องละไม่เกิน 2 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดเด็กทั้งห้าคนเข้าห้องนอนทั้ง 3 ห้องดังกล่าว

ก. 10 วิธี	ข. 36 วิธี	ค. 42 วิธี	ง. 48 วิธี
------------	------------	------------	------------
5. ชายหญิงรวม 6 คนยืนเป็นเส้นตรงรูปสามเหลี่ยมดังรูป ถ้าจัดให้คนที่ 1, 3, 5 สลับตำแหน่งกัน 1 ครั้งและคนที่ 2, 4, 6 ก็สลับตำแหน่งกัน 1 ครั้งเช่นกัน มีเงื่อนไขว่าคนที่ 1, 3, 5 จะสลับตำแหน่งกับคนที่ 2, 4, 6 ไม่ได้ จงหาว่ามีจำนวนทั้งสิ้นกี่วิธีที่จะยืนสลับตำแหน่งกันโดยไม่มีใครยืนซ้ำในตำแหน่งเดิม



- | | | | |
|-----------|------------|------------|------------|
| ก. 6 วิธี | ข. 12 วิธี | ค. 24 วิธี | ง. 36 วิธี |
|-----------|------------|------------|------------|

6. โรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งมีเครื่องจักรที่แตกต่างกันอยู่ 6 เครื่อง ในแต่ละวันจะมีเครื่องที่ถูกใช้งานอยู่ 4 เครื่องโดยมีพนักงานประจำอยู่เครื่องละ 1 คน ถ้าพนักงานที่มีหน้าที่ประจำเครื่องจักรมีทั้งหมด 6 คน จะหาว่าพนักงานแต่ละคนจะได้ทำงานดังกล่าวคนละอย่างน้อยกี่วันในแต่ละสัปดาห์ สมมติว่าพนักงานแต่ละคนทำงานเพียงกะเดียวในแต่ละวัน
- ก. 4 วัน ข. 7 วัน ค. 8 วัน ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง
7. จงหาจำนวนนักเรียนหญิงที่ยืนค่ายรูปหมู่กับนักเรียนชายจำนวน 4 คนที่มีจำนวนวิธีการยืนแบบไม่มีเงื่อนไขเท่ากับ 5,040 วิธี
- ก. 3 คน ข. 4 คน ค. 5 คน ง. 6 คน
8. ถ้าพจน์ที่ 4 จากการกระจาย $(2x - y)^n$ คือ $-1792x^5y^3$ และพจน์ที่ 7 คือ $112x^2y^6$ แล้ว $n^2 - \frac{1}{n-1}$ ใกล้เคียงกับค่าใดต่อไปนี้
- ก. 50 ข. 55 ค. 60 ง. 65
9. จงหาจำนวนวิธีลากเส้นจากจุด A ไปยังจุด B โดยให้ผ่านแต่ละช่องของตารางหมากรุกขนาด 8×8 หน่วย เพียงครั้งเดียว ดังรูป
- 
- ก. 6,435 วิธี ข. 12,870 วิธี ค. 40,320 วิธี ง. 80,640 วิธี
10. กล่องใบหนึ่งมีสลากอยู่ 10 ใบ แต่ละใบเขียนเลขโดด 0 – 9 ไม่ซ้ำกัน ถ้าสุ่มหยิบสลากระหว่างที่หยิบในแต่ละครั้งไม่ต้องใส่คืนจากนั้นค่อยหยิบใบที่สอง จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบสลากใบใดใบหนึ่งที่เลขโดดบนสลากนั้นหารด้วย 3 ลงตัว
- ก. $\frac{1}{10}$ ข. $\frac{2}{10}$ ค. $\frac{3}{10}$ ง. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง
11. ผู้เชี่ยวชาญคอมพิวเตอร์คนหนึ่งต้องการเข้ารหัสข้อมูลอย่างง่าย โดยการใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษผสมกับเลขโดด 0 – 9 เขาต้องการให้รหัสที่สร้างขึ้นมีความยาวไม่เกิน 255 ตัวอักษร จงหาว่าถ้าแยกเกอร์ต้องการข้อมูลรหัสนี้ แยกเกอร์จะต้องเคาะอย่างมากก็ต้องจึงจะเคารหัสนี้ถูกต้อง
- ก. 1 ครั้ง ข. 290 ครั้ง ค. 8,925 ครั้ง ง. 1.69×10^{84} ครั้ง

12. ฝ่ายทะเบียนของโรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งมีหน้าที่ออกเลขประจำตัวให้กับนักเรียนใหม่ทุกปีการศึกษา โดยมีข้อกำหนดว่าเลขประจำตัวนักเรียนจะมีทั้งหมด 7 หลัก โดยสองหลักแรกนับจากทางซ้ายเป็นเลขปีการศึกษา หลักที่สามเป็นเลขแทนชั้นปีของนักเรียน ส่วนอิกสี่หลักที่เหลือจะให้คอมพิวเตอร์สุ่มออกมา จงหาจำนวนเลขประจำตัวทั้งหมดที่ฝ่ายทะเบียนของโรงเรียนนี้จะออกให้ได้ในปีการศึกษานั้นๆ
- ก. 1,000 จำนวน ข. 9,000 จำนวน ค. 10,000 จำนวน ง. 70,000 จำนวน
13. ในกูดูฟัน สำหรับแต่ละวันสมมติว่าโอกาสที่ฝนจะตกอย่างเดียวคิดเป็นร้อยละ 64 โอกาสที่จะมีแคดออกอย่างเดียวเท่ากับร้อยละ 20 จงหาว่าโอกาสที่จะมีทั้งแคดออกและฝนตกในวันเดียวกันมีค่าเท่าใด
- ก. ร้อยละ 16 ข. ร้อยละ 20 ค. ร้อยละ 84 ง. ร้อยละ 80
14. จงหาความน่าจะเป็นที่สลากกินแบ่งรัฐบาลในแต่ละงวดจะออกเลขท้าย 2 ตัวเป็นจำนวนเฉพาะ หรือหารด้วย 7 ลงตัว
- ก. 0 ข. $\frac{7}{10^6}$ ค. $\frac{35}{10^6}$ ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง
15. ในการเล่นเก้าอี้คนตี จะมีผู้เล่นมากกว่าจำนวนเก้าอี้อยู่ 1 คน อ จงหาว่าจะต้องเล่นเก้าอี้คนตีทั้งสิ้นกี่รอบ จึงจะเหลือผู้เล่นเพียงคนเดียว (สมมติว่ามีผู้เล่นจำนวน n คน และให้ตอบในเทอมของ n)
- ก. n รอบ ข. n - 1 รอบ ค. n! รอบ ง. (n - 1)! รอบ
16. ในงานสมรสหมู่ครั้งหนึ่งมีคู่สมรสทั้งหมด 30 คู่ ในจำนวนนี้มีคู่สมรสที่เป็นหญิงสาวແว่นทั้งหมด 11 คน คู่สมรสที่เป็นชายสาวແว่นทั้งหมด 6 คน เจ้าภาพกำหนดให้คู่สมรสที่ใส่ແว่นทั้งคู่เข้าไปกล่าวบันเวนที่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีคู่สมรสที่คุณได้คนหนึ่งสาวແว่นเข้าไปกล่าวบันเวนที่
- ก. $\frac{8}{15}$ ข. $\frac{14}{15}$ ค. $\frac{7}{30}$ ง. $\frac{23}{30}$
17. คนจัดดอกไม้มีคอกไม้ชนิดเดียวกันแต่คคละสีดังนี้ สีแดง 6 ดอก สีเหลือง 3 ดอก และสีชมพู 3 ดอก เขาต้องการจัดดอกไม้ใส่ลงในแจกัน 3 ใบที่มีขนาดต่างกันคือ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดดอกไม้ลงในแจกันทั้งสามใบโดยที่แจกันแต่ละใบต้องมีดอกไม้ครบถ้วนสี
- ก. 12 ข. 27 ค. 54 ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง
18. นักชีววิทยาต้องการทดสอบความสามารถของลิงในการรับรู้เชิงจำนวน (หมายความว่าสามารถทราบได้ว่าเลขนี้มีค่าเท่าใด) จึงทำการทดลองโดยให้ลิงกดปุ่มบนแป้นโทรศัพท์เมื่อนักชีววิทยายกแผ่นป้ายแสดงจำนวน เช่น เมื่อนักชีววิทยายกแผ่นป้ายเลข 4 ก็หมายความว่าลิงจะต้องกดแป้นเลข 4 จึงจะถือว่าถูกต้อง ถ้านักชีววิทยาทำการทดลองนี้เพียง 5 ครั้งโดยสุ่มเลขตั้งแต่ 0 - 9 ไม่ซ้ำกันทั้ง 5 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลิงจะพยายามครบถ้วนครั้ง
- ก. $\frac{1}{126}$ ข. $\frac{1}{15,120}$ ค. 1 ง. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

19. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 20\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, \dots, 20\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เมื่อสุ่มตัวเลขจากเซต B ตัวหนึ่งและเซต C อีกตัวหนึ่งแล้ว ผลบวกของตัวเลขทั้งสองจำนวนนั้นจะไม่อยู่ในเซต A

ก. $\frac{1}{5}$

ข. $\frac{2}{5}$

ค. $\frac{3}{5}$

ง. $\frac{4}{5}$

20. สมมติว่าความน่าจะเป็นที่เมื่อท่านโดยสารเครื่องบินแล้วเครื่องจะประสบอุบัติเหตุตกเท่ากับ 0.0001 ความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุเมื่อโดยสารรถไฟเท่ากับ 0.0005 และความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์เท่ากับ 0.005 ความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุพรมฯ กันทั้งสองอย่างเท่ากับศูนย์ และความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุพรมฯ กันทั้งสามทางเท่ากับศูนย์อีกเช่นกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ท่านจะประสบอุบัติเหตุเมื่อท่านโดยสารรถไฟหรือรถยนต์หรือเมื่อโดยสารเครื่องบิน

ก. 0.005

ข. 0.0056

ค. 0.0005

ง. 0.05

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ (รวม 15 คะแนน)

1. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

$$1) r! \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

$$2) \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

2. จงพิสูจน์ว่าจำนวนวิธีการจัดเรียงเก้าอี้จำนวน k ตัวที่แตกต่างกันทั้งหมดเป็นวงกลมมีค่าเท่ากับ

$$(k-1)! \quad (2 \text{ คะแนน})$$

3. กำหนดให้ A, B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ที่ไม่เกิดขึ้นร่วมกัน (disjoint events) จงแสดงว่า

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (2 \text{ คะแนน})$$

4. นิยาม A, B เป็นเหตุการณ์ใดๆ และ $P(A | B)$ คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A ที่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ B

$$\text{โดยที่ } P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ ถ้า } A, B \text{ เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน จงแสดงว่า } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (2 \text{ คะแนน})$$

5. จงแสดงว่าจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตที่มีสมาชิก n ตัวมีค่าเท่ากับ 2^n (2 คะแนน)

(แนะนำ: ให้ประยุกต์ใช้กฎภูบันทุวนิยมในการพิสูจน์นี้)

6. จงหารูปแบบของ $(1-x)^n$ สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ (2 คะแนน)

7. กำหนดให้ A, B, C เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเพลสเปช U จงแสดงว่า

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$
