

แบบทดสอบเรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 3 ส่วน รวม 13 ข้อ (60 คะแนน)
2. ส่วนที่ 1 เป็นแบบทดสอบเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน (20 คะแนน)
ส่วนที่ 2 เป็นแบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันและการประยุกต์อย่างง่าย (20 คะแนน)
ส่วนที่ 3 เป็นแบบทดสอบเรื่องการอินทิเกรตและการประยุกต์อย่างง่าย (20 คะแนน)
3. แบบทดสอบแต่ละส่วนจะมีคะแนนรวมไม่น้อยกว่า 20 คะแนน ให้นักเรียนเลือกทำในแต่ละส่วนเพียง 20 คะแนนเท่านั้น

ส่วนที่ 1 ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

จงแสดงวิธีทำ

1. จงหา $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{\sqrt{-x}}{x^2 - 1} \right)$ สำหรับทุก $x < 0$ (5 คะแนน)
2. จงหา $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x}}{|x-1|} \right)$ (5 คะแนน)
3. กำหนดให้ $f(x-2) = \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2}}$ จงพิจารณาว่า $f(x)$ มีความต่อเนื่องที่ $x=0$ หรือไม่ (10 คะแนน)
4. จงพิจารณาว่าฟังก์ชัน $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^3-8}{x-2}}$ ต่อเนื่องบนช่วง $(1, 5)$ หรือไม่ (10 คะแนน)

ส่วนที่ 2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันและการประยุกต์อย่างง่าย

จงแสดงวิธีทำ

1. กำหนดให้ $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$ จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่จุด $x=2$ (5 คะแนน)
2. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูป 18 เซนติเมตร จงหาขนาดของพื้นที่ที่มากที่สุดเมื่อด้านยาวมีความยาวมากที่สุด (5 คะแนน)
3. จงหาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = x^3 - 3x^2 + 6$ ที่จุด $(2, 2)$ (5 คะแนน)
4. กำหนดให้ $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ โดยที่ $u(x) = (x^3 + k)^2$, $v(x) = x^2 + k$, $k \in \mathbb{R}^+$ ถ้า $f'(-1) = 72$ จงหาค่าของ $f(k)$ (5 คะแนน)
5. จงหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์ (สูงสุดหรือต่ำสุดสัมพัทธ์) ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$ (10 คะแนน)

ส่วนที่ 3 การอินทิเกรตและการประยุกต์

จงแสดงวิธีทำ

1. จงหาพื้นที่ของบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x^2$, เส้นตรง $y=0$ และ $y=3$ (10 คะแนน)
2. จงหาผลต่างของพื้นที่ของบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $x^2 - 4x - 8y - 12 = 0$ และเส้นตรง $y = 3$ กับบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งดังกล่าวและเส้นตรง $y = 0$ (10 คะแนน)
3. กำหนดให้ $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}$ ถ้า $f(1) = 0$ จงตอบคำถามต่อไปนี้
 - 1) ฟังก์ชัน $f(x)$ ต่อเนื่องบนช่วง $[-4, 0) \cup (1, 5]$ หรือไม่ (5 คะแนน)
 - 2) $f(x)$ มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์หรือค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือไม่ ถ้ามีจงหา (5 คะแนน)
 - 3) จงวาดกราฟคร่าวๆ ของ $y = f(x)$ (10 คะแนน)
4. กำหนดให้ $g(x) = [u(x)]^4 + 1$, $u'(x) = \frac{c}{\sqrt{x}}$, c เป็นค่าคงที่ใดๆ ถ้า $u(0) = 1$ และ $u(1) = 3$
 - 1) จงหาค่าของ $g'(1)$ (5 คะแนน)
 - 2) $u(x)$ มีจุดต่ำสุดสัมพัทธ์หรือจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือไม่ ถ้ามีจงหา (5 คะแนน)
 - 3) จงวาดกราฟคร่าวๆ ของ $y = u(x)$ (10 คะแนน)

