

แบบทดสอบเรื่องลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน จำนวน 12 ข้อ (30 คะแนน)
2. ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัย จำนวน 8 ข้อ (10 คะแนน)
ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ (20 คะแนน)

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จงหาผลบวกของอนุกรม $1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots$
ก. 0 ข. 1 ค. 2 ง. หาค่าไม่ได้
2. อนุกรมชุดหนึ่งมีผลบวกของ 18 พจน์แรกเท่ากับ 549 ถ้าอนุกรมนี้เป็นอนุกรมเลขคณิตที่มีพจน์แรกเท่ากับ 5 แล้วพจน์ที่ 250 มีค่าเท่ากับเท่าใด
ก. 750 ข. 751 ค. 752 ง. 753
3. พิจารณาลำดับ $a_n = -1, 0, 3, 8, 15, \dots$ ทุก $n \geq 0$ จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นกล่าวผิด
ก. พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = n^2 - 1$
ข. $a_{100} = a_{99} + 2$
ค. $\sum_{n=0}^{100} (n^2 - 1) = 338,249$
ง. นิยามลำดับ $b_n = \frac{a_n}{n^2}$ จะได้ว่า $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$
4. ข้อใดต่อไปนี้เป็นไม่ใช่สมบัติของอนุกรมอนันต์ $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6+\sqrt{6}}} + \frac{1}{\sqrt{8+2\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{10+\sqrt{10}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+\sqrt{2n}}} + \dots$
ก. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2n+\sqrt{2n}}} \right) = 0$
ข. ลำดับ $a_n = \frac{1}{\sqrt{2n+\sqrt{2n}}}$ เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์
ค. ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมนี้เป็นไดเวอร์เจนต์
ง. ไม่ใช่สมบัติของอนุกรมนี้แม้แต่ข้อเดียว
5. กำหนดให้ $a_n = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$, $b_n = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} \right)^n$ จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง
ก. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 0$ ข. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = 0$

ก. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = 0$

ง. ถูกทุกข้อ

6. ถ้าลำดับมีรูปทั่วไปคือ $a_n = bn^3 + c$ โดยที่ b, c, n เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ ถ้าทราบว่า $\sum_{n=1}^{10} a_n = 6,060$ และ

$a_1 = 3$ จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ไม่ถูกต้อง

ก. นิยาม $b_n = \frac{a_n}{n^4 + 1}$ จะได้ว่า $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$

ข. $a_n \geq 1$ ทุกจำนวนเต็มบวก n

ค. $\sum_{n=6}^{10} a_n = 5,605$

ง. ลำดับ a_n เขียนอีกรูปหนึ่งได้คือ $a_n = 2n^2 + 1$

7. กำหนดให้ a_n, b_n, c_n เป็นลำดับของจำนวนจริงบวกใดๆ โดยที่ $a_n = |b_n - c_n|$ และ k เป็นจำนวนจริง ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ไม่ถูกต้อง

ก. $\lim_{n \rightarrow \infty} |kb_n - kc_n| = k \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

ข. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n + \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$

ค. สมมติว่า $b_n \leq c_n$ จะได้ว่า $a_n = c_n - b_n$

ง. กล่าวผิดหมดทุกข้อ

8. จงหาค่า k ซึ่งเป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ทำให้ $\sum_{n=1}^{10} (kn^3 + 3kn^2 + n + 3) = 4,265$

ก. -1

ข. -2

ค. 1

ง. 2

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ (20 คะแนน)

1. กำหนดให้ $a_{n+2} = \frac{1}{2\sqrt{n-1}}$ ทุก $n > 2$ จงเขียนเซตของลำดับนี้พร้อมทั้งหาค่าของ $\sum_{n=4}^{\infty} a_n$

2. ถ้าพจน์ที่ 4 และพจน์ที่ติดกันของลำดับเรขาคณิตเท่ากับ $\frac{1}{256}$ และ $\frac{1}{1024}$ ตามลำดับ จงหาผลบวกของ 100 พจน์แรกของลำดับนี้

3. จงแสดงว่าผลบวกของอนุกรมเลขคณิต n พจน์มีค่าเท่ากับ $\frac{n}{2}(n+1)$

4. ลำดับเลขคณิตชุดหนึ่งมีพจน์แรก, พจน์กลาง และพจน์สุดท้ายเป็นเลขคู่ ถ้าพจน์ข้างเคียงของพจน์กลางเท่ากับ -14 และ -26 แล้ว จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้
