

แบบทดสอบเรื่องฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 1 ตอน จำนวน 10 ข้อ (30 คะแนน)
2. ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัย จำนวน 8 ข้อ (20 คะแนน)
ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ (10 คะแนน)
3. ตอนที่ 1 และตอนที่ 2 ให้ทำทุกข้อ

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้อง

1. ข้อใดเป็นฟังก์ชันลด

ก. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ข. $y = 2^{x-1}$ ค. $y = 3^{2x+1}$ ง. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$

2. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 6^x + 2^x - 3^{x+1} - 3$ ถ้า A เป็นคำตอบของสมการ $f(x) = 0$ ข้อใดถูกต้อง

ก. ผลบวกคำตอบของสมการ $A^2 y^2 - 3Ay + 2 = 0$ คือ $3\log_2 3$

ข. ผลบวกคำตอบของสมการ $z^2 8^A - z \cdot 4^{A+1} + 3z \cdot 2^A - 12 = 0$ คือ 1

ค. นิยาม $g(x) = \frac{A}{2^x}$ จะเห็นว่า $g(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(0, 1)$

ง. นิยาม $k(x) = Ax^2 + 4x + 4$ จะได้ว่าค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน $k(x)$ เท่ากับ $\frac{4}{\log_2 3} - 4$

3. ข้อใดเป็นฟังก์ชันลด

ก. $y = \log(3^x)$ ข. $y = 2^{\log 3x}$ ค. $y = (\log x)^{2^x}$ ง. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log(2^x)}$

4. จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 10^{x-1} + \log x$

ข้อ	โดเมน	เรนจ์
ก.	$[1, \infty)$	$[1, \infty)$
ข.	$(1, \infty)$	$[1, \infty)$
ค.	$(1, \infty)$	$(1, \infty)$
ง.	$[1, \infty)$	$(1, \infty)$

5. กัมมันตภาพรังสีชนิดหนึ่งมีค่าครึ่งชีวิต (half-life) 500 ปี ถ้าทิ้งสารนี้ไว้ 18,250 วัน จงหาว่าสารนี้จะมีปริมาณเหลือเป็นกี่เท่าของปริมาณเริ่มต้น (กำหนด $\log 1.07 = 0.03$ และ $\log 1.10 = 0.041$)

แนะนำ: ให้ใช้สูตร $N_{\text{เหลือ}} = \frac{1}{2^n} \cdot N_{\text{เริ่มต้น}}$ และ $n = \frac{\text{ระยะเวลา}}{\text{ครึ่งชีวิต}}$

- ก. 0.50 ข. 0.67 ค. 0.93 ง. 1.07

6. ข้อใดเป็นฟังก์ชันลด

ก. $y = \frac{1}{2^x}$

ข. $y = \log_x 3$

ค. $y = 3^x$

ง. $y = \log_2 x$

7. จงหาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = 2^x$ ที่จุด (3, 8) (กำหนดให้ $y' = a^x \ln a$ เมื่อ $a \neq 1$ และ $a > 1$)

ก. $8x + y + 16 = 0$

ข. $8x + y - 16 = 0$

ค. $8x - y + 16 = 0$

ง. $8x - y - 16 = 0$

8. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก, $A(x) : \exists x[x^{\log 2} > 1]$, $B(x) : \forall x[x^{\log 2} < -1]$
จงพิจารณาว่าข้อใดเป็นจริง

ก. $A(x) \wedge B(x)$

ข. $A(x) \vee B(x)$

ค. $A(x) \rightarrow B(x)$

ง. $A(x) \leftrightarrow B(x)$

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ

1. จงพิจารณาว่าฟังก์ชัน $f(x) = \left(-\frac{2}{3}\right)^{2x}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

2. กำหนดให้ $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \log_{11}(x - f(x))$ สำหรับทุก x ซึ่งเป็นจำนวนคู่บวกใดๆ จงหาค่าของ $f \circ g(128)$
