

แบบทดสอบเรื่อง จำนวนเชิงซ้อน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน
2. ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย รวม 6 ข้อ 30 คะแนน
ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย รวม 3 ข้อ 20 คะแนน

ตอนที่ 1 จงแสดงวิธีทำ

1. กำหนดให้ $Z_1 = 3 + 4i$ และ $Z_2 = a + bi$ ถ้า $Z_1 Z_2 = -1 + 7i$ จงหาเวกเตอร์ตำแหน่งของ Z_2 ในระบบพิกัดฉาก (4 คะแนน)
2. กำหนดให้ Z_1, Z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ ถ้า $Z_2 = 2 + i$ และ $Z_1 Z_2 = 2 + 11i$ จงหา Z_1 (3 คะแนน)
3. 1) จงหาค่าของ
$$\left(i + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+1} + \frac{1}{i+2} + \dots + \frac{1}{i+10}\right) - \left(2i + \frac{1-i}{2} + \frac{2-i}{5} + \frac{3-i}{10} + \frac{4-i}{17} + \dots + \frac{9-i}{82} + \frac{10-i}{101}\right)$$
(3 คะแนน)
2) ถ้าขยายผลบวกในข้อ 1) เป็นผลบวกอนันต์จะทำได้หรือไม่ ถ้าทำได้แล้วผลบวกดังกล่าวมีค่าเท่าใด (2 คะแนน)
4. กำหนดให้ $Z = a + bi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ โดยที่ $|Z| = |1 - i|$, $a - b = 0$ และสังยุคของ Z อยู่ในควอดแรนต์เดียวกับจำนวนเชิงซ้อน $1 - i$ จงหาค่าและตำแหน่งของจำนวนเชิงซ้อน $4Z^4 - Z^6 + Z^8$ ในระบบพิกัดฉาก (8 คะแนน)
5. กำหนดให้ $Z_1 = 4 + 3i$ และ $Z_2 = -3 - 4i$ จงหาค่าของ $\frac{Z_1}{Z_2}$ ในรูปเชิงขั้ว (5 คะแนน)
6. จำนวนเชิงซ้อน $Z = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ จงหาค่าของ Z^5 และตำแหน่งของ Z^5 ในระบบพิกัดฉาก (5 คะแนน)

๘ ๘ ๘ ๘ ๘ ๘

ตอนที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงแสดงว่า $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ (5 คะแนน)
2. กำหนดให้ $Z_1 = a + bi, Z_2 = c + di$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ และ a, b, c, d เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้ (5 คะแนน)
 - 1) $Z_1 \cdot Z_2 = (ac - bd) + (bc + ad)i$
 - 2) $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$
3. จงแสดงหรือยกตัวอย่างค้านว่า $|Z_1 + Z_2| \leq |Z_1| + |Z_2|$ เมื่อ Z_1 และ Z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ (5 คะแนน)

๘ ๘ ๘ ๘ ๘ ๘