

**เฉลยแบบทดสอบเรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น**

**ตอนที่ 1**

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เมื่อกำหนดให้ A, B, C เป็นประพจน์ใดๆ

วิธีทำ พิจารณาไปที่ละข้อดังนี้

ข้อ 1) พิจารณาจากตารางค่าความจริงดังนี้

$\sim A$	$\sim B$	$\sim C$	$A \Rightarrow \sim B$	$\sim A \Rightarrow C$	$\sim [(A \Rightarrow \sim B) \Leftrightarrow (\sim A \Rightarrow C)]$	$B \Rightarrow \sim C$
F	F	F	F	T	T	F
F	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	F	F
T	F	T	T	F	T	T
T	T	F	T	T	F	T
T	T	T	T	F	T	T

ดังนั้น  $\sim [(A \Rightarrow \sim B) \Leftrightarrow (\sim A \Rightarrow C)] \Leftrightarrow (B \Rightarrow \sim C)$  จึงมีค่าความจริงดังนี้

$\sim [(A \Rightarrow \sim B) \Leftrightarrow (\sim A \Rightarrow C)]$	$B \Rightarrow \sim C$	$\sim [(A \Rightarrow \sim B) \Leftrightarrow (\sim A \Rightarrow C)] \Leftrightarrow (B \Rightarrow \sim C)$
T	F	<b>F</b>
T	T	T
F	T	<b>F</b>
F	T	<b>F</b>
F	F	T
T	T	T
F	T	<b>F</b>
T	T	T

จะเห็นว่าประพจน์ย่อยเป็นไปตามที่โจทย์ถาม ข้อ 1. ถูกต้อง

ข้อ 2) พิจารณาจากตารางค่าความจริงดังนี้

A	B	C	$\sim(A \Rightarrow B)$	$A \Rightarrow \sim C$	$\sim(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow \sim C)$	$\sim A \Leftrightarrow \sim B$
T	T	T	F	F	T	T
T	T	F	F	T	F	T
T	F	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	T	F	F	T	F	F
F	F	T	F	T	F	T
F	F	F	F	T	F	T

ดังนั้น  $[\sim(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow \sim C)] \Rightarrow (\sim A \Rightarrow \sim B)$  จึงมีค่าความจริงดังนี้

$[\sim(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow \sim C)]$	$(\sim A \Rightarrow \sim B)$	$[\sim(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow \sim C)] \Rightarrow (\sim A \Rightarrow \sim B)$
T	T	T
F	T	T
F	F	T
T	F	<b>F</b>
F	F	T
F	F	T
F	T	T
F	T	T

จะเห็นว่าประพจน์ย่อยไม่เป็นไปตามที่โจทย์ถาม ข้อ 2. ผิด

ข้อ 3) พิจารณาจากตารางค่าความจริงดังนี้

A	B	C	$\sim(A \Rightarrow \sim B)$	$\sim(B \Rightarrow \sim C)$	$\sim(A \Rightarrow \sim B) \Leftrightarrow \sim(B \Rightarrow \sim C)$	$\sim(\sim A \Rightarrow C)$
T	T	T	T	T	T	F
T	T	F	T	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
T	F	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	T	F	F	F	T	F
F	F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	F	T	T

ดังนั้น  $\sim(A \Rightarrow \sim B) \Leftrightarrow \sim(B \Rightarrow \sim C) \Leftrightarrow \sim(\sim A \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B)$  จึงมีค่าความจริงดังนี้

$A \Leftrightarrow B$	$\sim(\sim A \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B)$	$\sim(A \Rightarrow \sim B) \Leftrightarrow \sim(B \Rightarrow \sim C) \Leftrightarrow \sim(\sim A \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B)$
T	F	<b>F</b>
T	F	T
F	T	T
F	T	T
F	T	<b>F</b>
F	T	T
T	T	T
T	T	T

จะเห็นว่าประพจน์ย่อยเป็นไปตามที่โจทย์ถาม ข้อ 3 ถูกต้อง

เฉลยข้อ ก. และข้อ ง.

2. กำหนดให้ a และ b เป็นประพจน์ใดๆ แล้วประพจน์  $(\sim a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (a \Rightarrow b)$  สมมูลกับประพจน์ใดต่อไป

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้

a	$\sim a$	b	$\sim a \Rightarrow b$	$a \Rightarrow b$	$(\sim a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (a \Rightarrow b)$
T	F	<b>T</b>	T	T	<b>T</b>
T	F	<b>F</b>	T	F	<b>F</b>
F	T	<b>T</b>	T	T	<b>T</b>
F	T	<b>F</b>	F	T	<b>F</b>

จะเห็นได้ชัดเจนว่าประพจน์ที่สมมูลกันคือ b

เฉลยข้อ ข.

3. ประพจน์คู่ใดต่อไปนี้สมมูลกัน เมื่อ a, b, c, p, q, r เป็นประพจน์ใดๆ

วิธีทำ ข้อ ก. สร้างตารางค่าความจริงดังนี้

$a \vee b$	$\sim(a \vee b)$	$(a \vee b) \Leftrightarrow \sim(a \vee b)$	$a \wedge b$	$a \Leftrightarrow b$	$(a \wedge b) \Rightarrow (a \Leftrightarrow b)$
T	F	<b>F</b>	T	T	<b>T</b>
T	F	<b>F</b>	F	F	<b>T</b>
T	F	<b>F</b>	F	F	<b>T</b>
F	T	<b>F</b>	F	T	<b>T</b>

จะเห็นได้ชัดเจนว่าไม่สมมูลกัน ข้อ ก. ผิด

ข้อ ข. สร้างตารางค่าความจริงได้ดังนี้

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow \sim q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$
T	T	F	<b>F</b>	T	F	<b>F</b>
T	F	F	<b>T</b>	T	T	<b>T</b>
F	T	T	<b>F</b>	T	T	<b>T</b>
F	F	T	<b>T</b>	F	T	<b>F</b>

จะเห็นได้ชัดอีกว่าประพจน์ในข้อ ข. ไม่สมมูลกัน ดังนั้นข้อ ข. ผิด

ข้อ ค. สร้างตารางค่าความจริงได้ดังนี้

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
<b>T</b>	T	F	<b>T</b>
<b>T</b>	F	T	<b>T</b>
<b>F</b>	T	F	<b>F</b>
<b>F</b>	F	T	<b>T</b>

ประพจน์ในข้อ ค. ไม่สมมูลกัน ดังนั้นข้อ ค. ผิด

ข้อ ง. สร้างตารางค่าความจริงดังนี้

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim p$
T	T	T	<b>F</b>	<b>F</b>
T	F	F	<b>F</b>	<b>F</b>
F	T	T	<b>T</b>	<b>T</b>
F	F	T	<b>T</b>	<b>T</b>

จะเห็นได้ว่า ประพจน์ในข้อ ง. สมมูลกันกรณีต่อกรณี

เฉลยข้อ ง.

4. ข้อใดถูกต้องเมื่อ  $p, q$  เป็นประพจน์ใดๆ

วิธีทำ พิจารณาข้อ ก.

$$\sim p \vee \sim q \equiv p \Rightarrow \sim q \not\equiv p \Rightarrow q \text{ เพราะฉะนั้นข้อ ก. ผิด}$$

พิจารณาข้อ ข.

$[\sim(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)] \Rightarrow (q \vee \sim q)$  จะเห็นว่าข้อ ข. เป็นสัจนิรันดร์ เพราะเมื่อเรากำหนดค่าให้ประพจน์ย่อยเป็นเท็จ ผลลัพธ์สุดท้ายได้ค่าความจริงเป็นจริง

พิจารณาข้อ ค.

สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์  $\sim p$  และ  $p \wedge \sim q$  จะได้ดังนี้

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	F

จากตารางค่าความจริงจะเห็นได้ชัดว่า ค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองเมื่อเทียบกรณีต่อกรณีจะมีบางกรณีที่มีค่าความจริงไม่ตรงกัน ดังนั้น ข้อ ค. ไม่ถูกต้อง เฉลยข้อ ข.

5. ประพจน์  $[(A \wedge B) \vee \sim C] \Rightarrow [(A \wedge \sim C) \vee B]$  สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

วิธีทำ หาค่าความจริงของประพจน์  $[(A \wedge B) \vee \sim C] \Rightarrow [(A \wedge \sim C) \vee B]$   
 $\text{F F F T T F F F T F F}$

แสดงว่าประพจน์ที่สมมูลกันจะต้องมีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณาข้อ ก.

$$[\sim(A \wedge B) \vee C] \Rightarrow \sim[(A \vee C) \wedge B]$$

$$\text{T F F F T F T T F F F F}$$

แสดงว่าข้อ ก. ผิด

พิจารณาข้อ ข.

$$[(A \vee B) \wedge \sim C] \Leftrightarrow [\sim(A \vee C) \wedge B]$$

$$\text{F F F F T T T F F F F F}$$

แสดงว่าข้อ ข. ผิด

พิจารณาข้อ ค.

$$[\sim(A \wedge B) \wedge C] \Leftrightarrow \sim[(A \vee C) \wedge B]$$

$$\text{T F F F F F F T F F F F}$$

แสดงว่าประพจน์ในข้อ ค. สมมูลกับประพจน์ที่กำหนดให้

เฉลยข้อ ค.

6. ถ้าประพจน์  $(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim q)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ โดยที่ประพจน์ย่อย  $p, q$  เป็นประพจน์ใดๆ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

**วิธีทำ** เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ประพจน์เป็นเท็จ จะได้ว่า

$(\sim p \wedge q)$  เป็นจริง และ  $(p \vee \sim q)$  เป็นเท็จ จะได้ว่า

$\sim p$  เป็นจริง นั่นคือ  $p$  เป็นเท็จ และ  $q$  เป็นจริง จะได้  $\sim q$  เป็นเท็จ

ข้อ ก. ผิดแน่นอน

ข้อ ข. ประพจน์  $\sim p \Leftrightarrow \sim q$  สมมูลกับประพจน์  $p \Leftrightarrow q$  จะเห็นว่าถ้าประพจน์  $p, q$  เป็นจริงเหมือนกัน ประพจน์นี้จะจริงไม่ใช่เป็นเท็จ ดังนั้นข้อ ข. ไม่ถูกต้อง

ข้อ ค. ถูกต้อง

ข้อ ง. ไม่ถูกต้อง

เฉลยข้อ ค.

7. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง เมื่อเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริงบวก

**วิธีทำ** พิจารณาข้อ ก. จะเห็นได้ชัดว่าถูกต้อง เนื่องจากเมื่อแทน  $x=3$  จะได้  $0 = 0$

พิจารณาข้อ ข. จะเห็นได้ชัดว่าเป็นจริง สมมติว่าแทน  $x$  ด้วย 2 จะได้  $7 \geq 0$  ซึ่งเป็นจริงแสดงว่าที่กล่าวว่ามีจำนวนจริงบวกบางจำนวนที่ไม่ทำให้  $x^3 - 1 \geq 0$  เป็นเท็จ แสดงว่าข้อ ข. ผิด

พิจารณาข้อ ค. จะเห็นได้ชัดว่าเป็นจริงอีกเช่นกัน สมมติว่าแทน  $x=2$  จะได้  $0 = 0$  ซึ่งเป็นจริง

พิจารณาข้อ ง. สมมติแทน  $x=3$  จะได้  $0 = 0$  แสดงว่าเป็นจริง

เฉลยข้อ ข.

8. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์  $U$  เป็นเซตของจำนวนจริงใดๆ ที่มีค่าน้อยกว่า 0 จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

**วิธีทำ** พิจารณาข้อ ก. จะเห็นว่าประโยคเปิด  $\sim \forall x[x^2 > 0]$  สมมูลกับประโยคเปิด  $\exists x[x^2 \leq 0]$

แต่สังเกตว่าเอกภพสัมพัทธ์ยังเหมือนเดิม (ในที่นี้คือเซตของจำนวนจริงใดๆ ที่น้อยกว่า 0)

สมมติว่าแทน  $x = -3$  จะได้  $-9 \leq 0$  ซึ่งไม่ถูกต้อง ดังนั้นข้อ ก. ผิด

พิจารณาข้อ ข. แทน  $x = -4$  จะได้  $-4 < 0$  จริง ดังนั้นข้อ ข. ถูกต้อง

พิจารณาข้อ ค. จะเห็นได้ว่าประโยคเปิด  $\sim \exists x[x+1 \geq 0]$  สมมูลกับประโยคเปิด

$\forall x[x+1 < 0]$  แทนค่า  $x = -1$  จะได้  $0 < 0$  ซึ่งเป็นเท็จ เพราะฉะนั้นข้อ ค. ไม่ถูกต้อง

พิจารณาข้อ ง. จะเห็นว่าเมื่อแทน  $x = -1$  จะได้  $0 < 0$  เป็นเท็จ ดังนั้นข้อ ง. ไม่ถูกต้อง

เฉลยข้อ ข.

9. ข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์  $U$  เป็นเซตของจำนวนจริง

**วิธีทำ** ข้อ ก. ไม่ถูกต้องแน่ๆ (เพราะสำหรับ  $x$  ทุกค่า ไม่สามารถหาค่า  $y$  ทุกค่าได้พร้อมกัน)

ข้อ ข. ถูกต้องแน่ๆ (เพราะสำหรับ  $y$  ทุกค่า จะหา  $x$  ได้แน่ๆ)

ข้อ ค. ถูกต้องแน่ๆ สมมติแทน  $x = -1$  จะได้  $y = 1$  และ  $1 \in U$

ข้อ ง. ถูกต้องแน่ๆ สมมติว่าแทน  $x = 0$  จะได้  $y = -1$  และ  $-1 \in U$

เฉลยข้อ ก.

10. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

วิธีทำ

➤ พิจารณาข้อ 1. เปลี่ยนข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้  $p$  : หม่อมต้งใจอ่านหนังสือ

$q$  : เขาไม่สอบตก

ดังนั้นจะได้ประโยคสัญลักษณ์คือ  $[p \Rightarrow (q \vee \sim q)] \Rightarrow \sim p$

สังเกตว่า  $(q \vee \sim q)$  เป็น Idempotent คือ เป็นจริงเสมอ เป็นผลให้  $[p \Rightarrow (q \vee \sim q)]$

เป็นจริง นั่นคือ  $p$  เป็นจริงหรือเท็จก็ได้ จะเห็นว่าประพจน์ให้ค่าความจริงสองค่าซึ่งเป็นไปไม่ได้ ดังนั้นข้อ 1. ไม่สมเหตุสมผล

➤ พิจารณาข้อ 2. เปลี่ยนข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้  $p$  : รถยนต์ที่หนึ่งนั่งมาประสบอุบัติเหตุตกเหวลึก

$q$  : เขาไม่มีชีวิตรอด

$r$  : รถไม่แฉะปืมน้ำมัน

$s$  : เขาร้องไห้

ดังนั้นจะได้ประโยคสัญลักษณ์คือ  $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \Rightarrow (q \vee s)$

ข้อนี้จะต้องอาศัยความรู้และความจำเรื่องสัจนิรันดร์ ซึ่งคุณจะพบว่าประพจน์ดังกล่าวเป็นสัจนิรันดร์ แสดงว่าข้อ 2. สมเหตุสมผล

➤ พิจารณาข้อ 3. เปลี่ยนข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้  $p$  : อู๋มเป็นประธานนักเรียน

$q$  : เขาเป็นขาใหญ่ประจำโรงเรียน

ดังนั้นจะได้ประโยคสัญลักษณ์คือ  $p \Rightarrow (p \vee q)$

ข้อนี้จะต้องอาศัยความรู้และความจำเรื่องสัจนิรันดร์อีกเช่นกัน ซึ่งคุณจะพบว่าประพจน์

ดังกล่าวเป็นสัจนิรันดร์ แสดงว่าข้อ 3. สมเหตุสมผล

➤ พิจารณาข้อ 4. เปลี่ยนข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้  $p$  : สุคาขึ้นตากฝนเป็นเวลานาน

$q$  : เธอไม่สบาย

$r$  : เธอเป็นหวัด

ดังนั้นจะได้ประโยคสัญลักษณ์คือ  $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \wedge r)]]$  จะเห็นว่า

ประพจน์นี้เป็นสัจนิรันดร์ ดังนั้นข้อ 4. สมเหตุสมผล

➤ พิจารณาข้อ 5. เปลี่ยนข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้  $p$  : ฉันทและเธอเป็นแฟนกัน

$q$  : เราจะแต่งงานกัน

ดังนั้นจะได้ประโยคสัญลักษณ์คือ  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [p \Rightarrow (p \Rightarrow q)]$  จะเห็นว่า  
ประพจน์นี้เป็นสัจนิรันดร์ ดังนั้นข้อ 5. สมเหตุสมผล

➡ จากที่พิจารณาทั้งหมด จะเห็นว่าข้อที่ไม่สมเหตุสมผลเพียงข้อเดียว

เฉลยข้อ ก.

๖ ๖ ๖ ๖ ๖ ๖