

แบบทดสอบเรื่อง เมทริกซ์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน จำนวน 24 ข้อ (60 คะแนน)
2. ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ (รวม 30 คะแนน)
- ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ (รวม 30 คะแนน)

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด (ทำทุกข้อ รวม 30 คะแนน)

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $|ABC|^{-1}$

ก. 1 ภ. -1 ค. $-\frac{1}{8}$ ภ. $\frac{1}{8}$
2. กำหนดให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ใดๆ ที่ไม่เป็นเมทริกซ์ศูนย์ ถ้า $|A| = 3$, $|B| = 1$ จงหาค่าของ $|AB|^{-1}$

ก. $\frac{1}{3}$ ภ. $-\frac{1}{3}$ ค. 3 ภ. -3
3. จงหาค่าตัวแปร x, y, z ของระบบสมการต่อไปนี้
$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 0 \\ 2x + y + z &= 3 \\ x + y + 2z &= 5 \end{aligned}$$

ก. $x = 0, y = 0, z = 1$ ภ. $x = 1, y = 2, z = 3$ ค. $x = 0, y = 1, z = 2$ ภ. $x = 1, y = 3, z = 2$

4. จงหาค่าของ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

ก. 0 ภ. 1 ค. -1 ภ. หากาไม่ได้
5. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์, B เป็นเมทริกซ์จตุรัส, C เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยม, D เป็นเมทริกซ์ศูนย์ และ A, B, C, D มีขนาด $n \times n$ ข้อใดถูกต้อง

ก. $|A| = 0$ ภ. $|B| = 0$ ค. $|C|$ หากาได้ ภ. $|D|$ หากาไม่ได้

6. จงแก้ระบบสมการ

$$\begin{aligned} w + x + y + z &= 12 \\ 2w - x + y - z &= -4 \\ w + 2x - y + z &= 6 \\ w + x - 2y + z &= 0 \end{aligned}$$

ข้อ	w	x	y	z
ก.	0	1	2	3
ภ.	0	2	4	6
ก.	1	2	1	2
ภ.	1	3	5	7

7. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} C_{11}(A) & C_{11}(A) & C_{11}(A) \\ C_{21}(A) & C_{22}(A) & C_{23}(A) \\ C_{31}(A) & C_{32}(A) & C_{33}(A) \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ B^{-1}

ก. $\frac{B}{2}$ ภ. $\frac{B^t}{2}$ ก. $-\frac{B}{2}$ ภ. ไม่มีอินเวอร์ส

8. ข้อใดถูกต้อง เมื่อ A, B เป็นเมตริกซ์มิติ $m \times n$ และ $m \neq n$

1. $(A + B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$
 2. $|A^T| = |A|$
 3. $A^{-1} = \frac{1}{|A^T|} \cdot \text{adj}(A)$
 4. $\text{adj}(A) = [M_{ij}(A)]^T$
 5. ถ้า $|A| = |B|$ ไม่สามารถสรุปได้ว่า $A = B$
- ก. ข้อ 1, 2, 3 เท่านั้น ภ. ข้อ 1, 2, 5 เท่านั้น ก. ข้อ 1, 2, 3, 5 ภ. ข้อ 1 เท่านั้น
9. ข้อใดถูกต้อง เมื่อ A, B เป็นเมตริกซ์ขนาด $n \times n$
- ก. $|A^{-1}| = |A|^{-1}$
- ภ. $|A + B| = |A| + |B|$
- ก. $|A - B| = |A| - |B|$
- ภ. $C_{ij}(A) = (-1)^{i+j} M_{ij}(A)$
10. ข้อใดไม่ใช่สมบัติของเมตริกซ์
- ก. สมบัติการสลับที่ของการคูณ
- ภ. สมบัติการแจกแจง
- ก. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก
- ภ. มีเอกลักษณ์การคูณ

11. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} A + B + C - D &= 11 \\ 2A + B - 3C - D &= -8 \\ 3A - B + C + D &= 3 \\ 4A + 3B - C + D &= -10 \end{aligned}$$

ข้อ	A	B	C	D
ก.	1	-1	5	-6
ภ.	2	4	6	-1
ค.	3	-1	2	-7
ก.	3	6	9	3

12. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} x^2 & -2x & 1 \\ -1 & 2x & -x^2 \\ -2x & -x^2 & -1 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ x ที่เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้เมทริกซ์ A ไม่มีอินเวอร์ส

ก. -1 ภ. 0 ค. 1 ก. 2

13. ถ้า $\det(C^T A B^{-1}) = -2$, $\det(A) = -1$, $\det(B) = 3$ จงหาค่าของ $\det(C)$

ก. 2 ภ. 4 ค. 6 ก. -2

14. ถ้า $\det(A) = -\frac{1}{2}$, $\det(B) = -1$ และ $\det(AB)^{-1}$ จะมีค่าเท่าใด

ก. 1 ภ. 2 ค. 3 ก. 4

15. จงแก้ระบบสมการ $2x + y - z = 1$

$$x - 2y + z = -\frac{1}{2}$$

$$x + y - 2z = -\frac{1}{2}$$

ข้อ	x	y	z
ก.	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
ภ.	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
ค.	$\frac{1}{2}$	1	1
ก.	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$

16. ถ้า $A^T = \left(a_{ij}\right)_{m \times n}$ และ A^2 คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $\left(a_{ij}^2\right)_{n \times m}$ ภ. $\left(2a_{ij}\right)_{m \times n}$ ค. $2 \cdot \left(a_{ij}^2\right)_{m \times n}$ ก. $\left(a_{ji}^2\right)_{n \times m}$

17. กำหนดให้ A, B, C เป็นเมตริกซ์ขนาด $n \times n$ ข้อใดผิด

ก. ถ้า $\det(A) = \det(B) \cdot \det(C)$ แล้ว $A = BC$

ข. ถ้า $cAB = cA \cdot B$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ

ค. $(AB)^T = B^T A^T$

ง. $A^T + B^T = (A + B)^T$

18. ถ้า $A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{3}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ จงหา $|A|$

ก. -1

ข. -2

ค. -3

ง. $-\frac{1}{3}$

19. ข้อใดถูกต้องเกี่ยวกับทฤษฎีเดอร์มิแวนต์ เมื่อ A เป็นเมตริกซ์จัตุรัสใดๆ

ก. ถ้าคูณแผลวหรือหลักใดๆ ของเมตริกซ์ A ด้วยค่าคงที่ c แล้ว ดีเดอร์มิแวนต์ของเมตริกซ์ใหม่จะมีค่าเท่ากับ $c \cdot \det(A)$

ข. ถ้าเมตริกซ์ A ใดๆ มีแผลวเดียวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่งมีสมาชิกเท่ากับศูนย์หมดทุกตัวแล้ว A จะเป็นเมตริกซ์เอกฐาน

ค. ถ้าบวกสมาชิกในแผลวที่ i (หรือหลักที่ j) ด้วยแผลวอื่นๆ (หรือหลักอื่นๆ) ที่ไม่ใช่แผลวที่ i (หลักที่ j) แล้ว และนำไปแทนค่าในแผลวที่ไม่ใช่แผลวที่ i (หลักที่ไม่ใช่หลักที่ j) ของเมตริกซ์ A แล้วดีเดอร์มิแวนต์ของเมตริกซ์ใหม่จะเท่ากับ $\det(A)$

ง. ถูกทุกข้อ

20. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $|A^{-1}|$

ก. 1

ข. -1

ค. 0

ง. หาก้าไม่ได้

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ (ทำทุกข้อ รวม 30 คะแนน)

1. จงแสดงว่าเมตริกซ์ศูนย์เป็นเมตริกซ์ที่ไม่มีอินเวอร์ส

(5 คะแนน)

2. กำหนดให้ $P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}$ และ P ไม่เป็นเมตริกซ์ศูนย์ ถ้า P^T เป็นเมตริกซ์ทรานส์โพสของเมตริกซ์ P จงแสดงว่า $P = (P^T)^T$

(5 คะแนน)

3. จงใช้กฎของเครเมอร์แก้ระบบสมการต่อไปนี้

(10 คะแนน)

$$w - x + y - z = -4$$

$$4w - x + 3y + z = -8$$

$$2w + x + y - z = 0$$

$$3w + 2x + y - 3z = 1$$

4. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ ถ้า A เป็นเมตริกซ์ที่มีอินเวอร์ส

$$\text{จงแสดงวิธีหา } A^{-1}$$

(10 คะแนน)
