

6. จงแก้ระบบสมการ
- $$\begin{aligned} w + x + y + z &= 12 \\ 2w - x + y - z &= -4 \\ w + 2x - y + z &= 6 \\ w + x - 2y + z &= 0 \end{aligned}$$

ข้อ	w	x	y	z
ก.	0	1	2	3
ข.	0	2	4	6
ค.	1	2	1	2
ง.	1	3	5	7

7. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} C_{11}(A) & C_{11}(A) & C_{11}(A) \\ C_{21}(A) & C_{22}(A) & C_{23}(A) \\ C_{31}(A) & C_{32}(A) & C_{33}(A) \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ B^{-1}

- ก. $\frac{B}{2}$ ข. $\frac{B^t}{2}$ ค. $-\frac{B}{2}$ ง. ไม่มีอินเวอร์ส

8. ข้อใดถูกต้อง เมื่อ A, B เป็นเมทริกซ์มิติ $m \times n$ และ $m \neq n$

1. $(A + B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$ 2. $|A^T| = |A|$
 3. $A^{-1} = \frac{1}{|A^T|} \cdot \text{adj}(A)$ 4. $\text{adj}(A) = [M_{ij}(A)]^T$

5. ถ้า $|A| = |B|$ ไม่สามารถสรุปได้ว่า $A = B$

- ก. ข้อ 1, 2, 3 เท่านั้น ข. ข้อ 1, 2, 5 เท่านั้น ค. ข้อ 1, 2, 3, 5 ง. ข้อ 1 เท่านั้น

9. ข้อใดถูกต้อง เมื่อ A, B เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$

- ก. $|A^{-1}| = |A|^{-1}$ ข. $|A + B| = |A| + |B|$ ค. $|A - B| = |A| - |B|$ ง. $C_{ij}(A) = (-1)^{i+j} M_{ij}(A)$

10. ข้อใดไม่ใช่สมบัติของเมทริกซ์

- ก. สมบัติการสลับที่ของการคูณ ข. สมบัติการแจกแจง
 ค. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก ง. มีเอกลักษณ์การคูณ

11. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้
- $$\begin{aligned} A + B + C - D &= 11 \\ 2A + B - 3C - D &= -8 \\ 3A - B + C + D &= 3 \\ 4A + 3B - C + D &= -10 \end{aligned}$$

ข้อ	A	B	C	D
ก.	1	-1	5	-6
ข.	2	4	6	-1
ค.	3	-1	2	-7
ง.	3	6	9	3

12. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} x^2 & -2x & 1 \\ -1 & 2x & -x^2 \\ -2x & -x^2 & -1 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ x ที่เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้เมทริกซ์ A ไม่มี

อินเวอร์ส

- ก. -1 ข. 0 ค. 1 ง. 2
13. ถ้า $\det(C^T A B^{-1}) = -2$, $\det(A) = -1$, $\det(B) = 3$ จงหาค่าของ $\det(C)$
- ก. 2 ข. 4 ค. 6 ง. -2
14. ถ้า $\det(A) = -\frac{1}{2}$, $\det(B) = -1$ แล้ว $\det(AB)^{-1}$ จะมีค่าเท่าใด
- ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4
15. จงแก้ระบบสมการ

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 1 \\ x - 2y + z &= -\frac{1}{2} \\ x + y - 2z &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ข้อ	x	y	z
ก.	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
ข.	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
ค.	$\frac{1}{2}$	1	1
ง.	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$

16. ถ้า $A^T = (a_{ij})_{m \times n}$ แล้ว A^2 คือข้อใดต่อไปนี้
- ก. $\begin{pmatrix} 2 \\ a_{ij} \end{pmatrix}_{n \times m}$ ข. $(2a_{ij})_{m \times n}$ ค. $2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ a_{ij} \end{pmatrix}_{m \times n}$ ง. $\begin{pmatrix} 2 \\ a_{ji} \end{pmatrix}_{n \times m}$

17. กำหนดให้ A, B, C เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$ ข้อใดผิด

ก. ถ้า $\det(A) = \det(B) \cdot \det(C)$ แล้ว $A = BC$

ข. ถ้า $cAB = cA \cdot B$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ

ค. $(AB)^T = B^T A^T$

ง. $A^T + B^T = (A + B)^T$

18. ถ้า $A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ จงหา $|A|$

ก. -1

ข. -2

ค. -3

ง. $-\frac{1}{3}$

19. ข้อใดถูกต้องเกี่ยวกับทฤษฎีดีเทอร์มิแนนต์ เมื่อ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสใดๆ

ก. ถ้าคูณแถวหรือหลักใดๆ ของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงที่ c แล้ว ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ใหม่จะมีค่าเท่ากับ $c \cdot \det(A)$

ข. ถ้าเมทริกซ์ A ใดๆ มีแถวใดแถวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่งที่มีสมาชิกเท่ากับศูนย์หมดทุกตัวแล้ว A จะเป็นเมทริกซ์เอกฐาน

ค. ถ้าบวกสมาชิกในแถวที่ i (หรือหลักที่ j) ด้วยแถวอื่นๆ (หรือหลักอื่นๆ) ที่ไม่ใช่แถวที่ i (หลักที่ j) แล้วและนำไปแทนค่าในแถวที่ i (หลักที่ j) ของเมทริกซ์ A แล้วดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ใหม่จะเท่ากับ $\det(A)$

ง. ถูกทุกข้อ

20. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $|A^{-1}|$

ก. 1

ข. -1

ค. 0

ง. หาค่าไม่ได้

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ (ทำทุกข้อ รวม 30 คะแนน)

1. จงแสดงว่าเมทริกซ์ศูนย์เป็นเมทริกซ์ที่ไม่มีอินเวอร์ส (5 คะแนน)

2. กำหนดให้ $P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}$ และ P ไม่เป็นเมทริกซ์ศูนย์ ถ้า P^T เป็นเมทริกซ์ทรานสโพสของ

เมทริกซ์ P จงแสดงว่า $P = (P^T)^T$ (5 คะแนน)

3. จงใช้กฎของครเมอร์แก้ระบบสมการต่อไปนี้

(10 คะแนน)

$$w - x + y - z = -4$$

$$4w - x + 3y + z = -8$$

$$2w + x + y - z = 0$$

$$3w + 2x + y - 3z = 1$$

4. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีอินเวอร์ส

จงแสดงวิธีหา A^{-1}

(10 คะแนน)
