

คำแนะนำในการใช้ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ด้วยเทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

1. ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ เป็นชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย

1) ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์	1 ชั่วโมง
2) ลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์	1 ชั่วโมง
3) ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์	1 ชั่วโมง
2. การทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ในชุดฝึกทักษะฉบับนี้ ให้นักเรียนปฏิบัติ ดังนี้
 - 2.1 นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ
 - 2.2 นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ใบความรู้และตัวอย่างที่ใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ให้เข้าใจ สามารถแลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนหรือถ้ามีข้อสงสัยให้ปรึกษาครู
 - 2.3 นักเรียนทำชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์อย่างรอบคอบ และมีความซื่อสัตย์
 - 2.4 นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เมื่อทำชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์เสร็จเรียบร้อยแล้ว

เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

ขั้นตอนที่ 1 K (What we KNOW)

เรารู้อะไรหรือ **โจทย์บอกอะไร** เป็นขั้นตอนที่แบ่งกลุ่มให้นักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์

ขั้นตอนที่ 2 W (What we WANT to know)

เราต้องการรู้อะไร **หรือโจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร** ใช้วิธีอะไรหรือดำเนินการตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เป็นขั้นตอนอะไรบ้าง เป็นขั้นตอนที่นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายเพื่อหาสิ่งที่ต้องการรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับโจทย์

ขั้นตอนที่ 3 D (What we DO to find out)

เราทำอะไร อย่างไร หรือดำเนินการตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 L (What we LERNED)

เราเรียนอะไรหรือหาคำตอบที่ได้และบอกวิธีคิดอย่างไร **คำตอบอย่างไร** เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนช่วยกันในกลุ่มสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหาและสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการเรียน

คำแนะนำสำหรับครู

1. ครูศึกษาคำอธิบายรายวิชา ผลการเรียนรู้ ค33202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ ให้เข้าใจอย่างชัดเจน
2. ครูควรศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ให้เข้าใจแล้วดำเนินการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน
3. ครูแจกชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์คนละ 1 เล่ม ชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงจุดมุ่งหมายในการเรียนรู้
4. ในการทำกิจกรรมในแต่ละชุด ละขั้นตอนในการปฏิบัติ วิธีการศึกษา กฎ กติกาในการใช้อย่างละเอียด
5. ก่อนทำกิจกรรมในแต่ละชุด ครูต้องให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน แล้วจึงปฏิบัติตามกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนตามแผน
6. นักเรียนแต่ละคนอาจใช้กิจกรรมไม่เท่ากัน ขึ้นอยู่กับความสามารถของแต่ละบุคคล ครูควรให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอน ให้คำชี้แนะและให้กำลังใจเพื่อเสริมแรงให้กับนักเรียน
7. ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม เพื่อบันทึกการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมผู้เรียน
8. เมื่อนักเรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมในเล่มครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อตรวจสอบดูความก้าวหน้าในการเรียนรู้
9. นำผลการทดสอบและผลการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน มาประมวลผล เพื่อให้นักเรียนและครูได้ทราบพัฒนาการของการเรียนรู้ และแนะนำหรือจัดกิจกรรมเพื่อซ่อมเสริมในกรณีที่ไม่ผ่านเกณฑ์ ตลอดจนนำไปใช้ในการหาประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ต่อไป

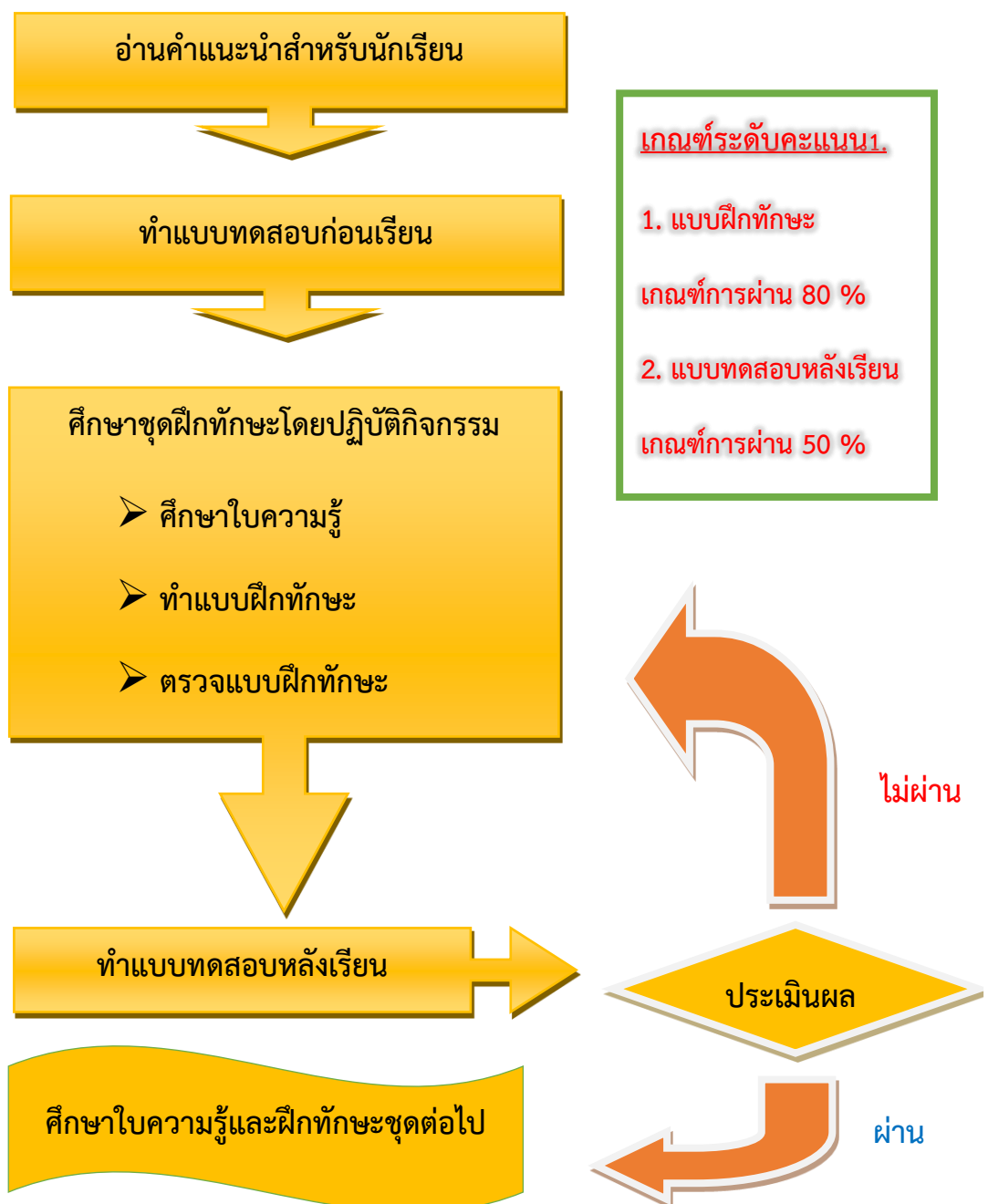
คำแนะนำสำหรับนักเรียน

ชุดฝึกทักษะเล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรม เรขาคณิตอนันต์โดยเทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 6 ให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังนี้

1. ก่อนเรียนให้นักเรียนเตรียมอุปกรณ์การเรียนให้พร้อม
2. นักเรียนอ่านคำชี้แจง วิธีการ อ่านผลการเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้ในการใช้ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์โดย เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ให้ละเอียด
3. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อดูความรู้พื้นฐานของตนเอง ไม่ต้องกังวลเพราะเป็นการทดสอบวัด พื้นฐานในเรื่องที่จะเรียนต่อไป
4. นักเรียนศึกษาเนื้อหาสาระจากใบความรู้ และตัวอย่างโดยเทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ที่กำหนดให้ทุก ขั้นตอนจนเข้าใจ
5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ แล้วตรวจคำตอบกับเฉลยในภาคผนวก และบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกสรุป คะแนน แล้วส่งแบบฝึกทักษะหรือกิจกรรมให้ครูตรวจความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง
6. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในชุดฝึกทักษะครบเรียบร้อยแล้ว ให้ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมิน ความก้าวหน้าหรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
7. นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง ไม่เปิดดูเฉลยก่อนทำชุดฝึกทักษะหรือแบบทดสอบ และเมื่อทำเสร็จ แล้วให้ตรวจดูคำตอบของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้อง นักเรียนอาจศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง หรือ หลายครั้งก็ได้จนเข้าใจ แล้วลองตอบคำถามหรือทำชุดฝึกทักษะใหม่อีกครั้ง
8. หากมีข้อสงสัยให้ขอคำแนะนำจากครูผู้สอน
9. หลังจากอ่านคำแนะนำข้างบนแล้ว ขอให้นักเรียนตั้งใจ มีสมาธิ และมีความซื่อสัตย์ในการทำชุดฝึกทักษะ เพราะจะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้

ขั้นตอนการใช้ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ โดยเทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

1. ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ 3 ชั่วโมง ประกอบด้วย แบบฝึกทักษะ 3 ชุด
2. การใช้ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์โดยเทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีขั้นตอนที่นักเรียนควรปฏิบัติ ดังนี้



ผลการเรียนรู้/สาระการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้ที่ 2 หาผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

สาระที่ 8 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 8.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล สื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. เข้าใจและเขียนลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ได้
2. เข้าใจและหาผลบวกจำกัดลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ได้
3. เข้าใจและหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลจากการใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL
2. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL
3. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอด้วยเทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ซื่อสัตย์สุจริต
2. มีวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

แบบทดสอบก่อนเรียน

ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

- คำชี้แจง 1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
 2. คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลาในการทำข้อสอบ 20 นาที
 3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X จากตัวเลือกที่ถูกต้อง ลงในช่อง ☐ ที่กระดานคำตอบที่กำหนดให้

1.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + (2^{n-1}) + \dots$ ก. 1, 2, 4, ..., $(1-2^n)$, ... ข. 1, 3, 6, ..., $(1+2^n)$, ... ค. 1, 3, 7, ..., $-(1+2^n)$, ... ง. 1, 3, 7, ..., $-(1-2^n)$, ...	4.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $54 + 36 + 24 + \dots$ ก. 54, 90, 114, ..., $162\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ข. 54, 90, 114, ..., $\left(\frac{54}{36}\right)\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ค. 54, 90, 114, ..., $162\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ง. 54, 90, 114, ..., $162\left(\frac{36}{54}\right)\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$
2.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $20 + 2 + 0.2 + 0.02 + \dots + 2(0.1)^{n-2} + \dots$ ก. 20, 22, $\frac{111}{10}$, ..., $\frac{100}{9}\left(1-\frac{1}{10}\right)^n$, ... ข. 20, 22, 22.2, ..., $\frac{100}{9}\left(2-\frac{1}{10}\right)^n$, ... ค. 20, 22, $\frac{222}{10}$, ..., $\frac{200}{9}\left(1-\frac{1}{10}\right)^n$, ... ง. 20, 22, 22.2, ..., $\frac{200}{9}\left(2-\frac{1}{10}\right)^n$, ...	5.	ข้อใดเป็นลิมิตของลำดับผลบวกย่อย $1, 3, 7, \dots, -(1-2^n), \dots$ ก. 0 ข. 1 ค. -1 ง. ไม่สามารถหาค่าได้
3.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$ ก. 3, 2, $\frac{7}{2}$, ..., $9\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ข. 3, 5, $\frac{19}{3}$, ..., $9\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ค. 3, 5, $\frac{7}{3}$, ..., $9\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ง. 3, 5, $\frac{19}{3}$, ..., $9\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$	6.	ข้อใดเป็นลิมิตของลำดับผลบวกย่อย $54, 90, 114, \dots, 162\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ก. 0 ข. 1 ค. 162 ง. ไม่สามารถหาค่าได้

7.	ข้อใดเป็นลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ เมื่อกำหนด $S_n = 9\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ ก. 0 ข. $-\frac{2}{3}$ ค. 9 ง. ไม่สามารถหาค่าได้	9.	ข้อใดเป็นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \dots$ ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. ไม่สามารถหาค่าได้
8.	จงพิจารณาอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ แล้วข้อใดสรุปถูกต้อง ก. เป็นอนุกรมลู่เข้า (อนุกรมคอนเวอร์เจนต์) มีลิมิตเป็น $\frac{3}{2}$ ข. เป็นอนุกรมลู่เข้า (อนุกรมคอนเวอร์เจนต์) มีลิมิตเป็น 0 ค. เป็นอนุกรมลู่เข้า (อนุกรมคอนเวอร์เจนต์) มีลิมิตเป็น 1 ง. เป็นอนุกรมลู่ออก (อนุกรมไดเวอร์เจนต์)	10.	ข้อใดเป็นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $9 + \frac{27}{2} + \frac{81}{4} + \dots$ ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. ไม่สามารถหาค่าได้

***** Good Luck *****



โรงเรียนพิมายวิทยา อำเภอพิมาย จังหวัดนครราชสีมา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 31

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน

ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 รหัสวิชา ค33202

ชื่อ นามสกุลชั้น เลขที่

วันที่ เดือน พ.ศ.

คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย × ลงบนกระดาษคำตอบของแต่ละข้อ (..... คะแนน)

ข้อ	ก	ข	ค	ง
	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ใบความรู้ ชุดที่ 1

เรื่อง ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

1.1 ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

จาก $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับอนันต์

จะได้ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์

ถ้าให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม

$$\text{จะได้ } S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

⋮

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

เรียก S_n ว่า ผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรม (the partial sum of the first n terms) เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก เรียกลำดับอนันต์ $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ ว่าลำดับของผลบวกย่อยของอนุกรม (a sequence of partial sums)

เช่น อนุกรมอนันต์ $5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 5n + \dots$ เป็นอนุกรมเลขคณิต

$$\text{จะได้ } S_1 = 5$$

$$S_2 = 5 + 10 = 15$$

$$S_3 = 5 + 10 + 15 = 30$$

⋮

$$S_n = 5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 5n$$

$$= \frac{n}{2}(10 + (n-1)(5))$$

$$= \frac{5n(n+1)}{2}$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

เรียก $5, 15, 30, \dots, \frac{5n(n+1)}{2}, \dots$ ว่า ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

1.2 ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

กำหนด $a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ เมื่อ $a_1 \neq 0$
โดย r เป็นอัตราส่วนร่วม (common ratio) และ S_n เป็นผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์
จะได้ว่า $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ เป็นลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์
ทั้งนี้จากความรู้เดิมในการหาผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตเขียนได้ในรูปดังต่อไปนี้

$S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1-r}, r \neq 1$	$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r < 1$	$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}, r > 1$
--	---------------------------------------	---

ตัวอย่างที่ 1 จงหาลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

$$\text{มีอนุกรมอนันต์ } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

$$\text{ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{2}$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

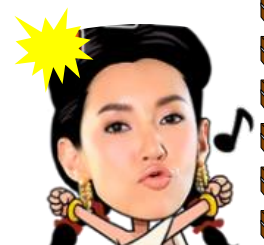
3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$\vdots$



$$S_n = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

← จาก $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

$$S_n = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2^n}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \dots, 1 - \frac{1}{2^n}, \dots$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^{n-2}} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมอนันต์ $3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^{n-2}} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^{n-2}} + \dots$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = 3$ และ $r = \frac{1}{3}$
2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r < 1$
3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = 3$$

$$S_2 = 3 + 1 = 4$$

$$S_3 = 3 + 1 + \frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$$

$\vdots$

$$S_n = \frac{3\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{9}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$$

จาก $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ $3, 4, \frac{13}{3}, \dots, \frac{9}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right), \dots$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $-1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^n + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมอนันต์ $-1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^n + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $-1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^n + \dots$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = -1$ และ $r = -1$
2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}, r < 1$
3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = -1$$

$$S_2 = -1 + 1 = 0$$

$$S_3 = -1 + 1 - 1 = -1$$

$\vdots$

$$S_n = \frac{-1(1 - (-1)^n)}{1 - (-1)}$$

$$= \frac{-1}{2}(1 - (-1)^n)$$

จาก $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ $-1, 0, -1, \dots, \frac{-1}{2}(1 - (-1)^n), \dots$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1

เรื่อง ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

จงหาลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ต่อไปนี้

1. $4 - 4 + 4 - 4 + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_3 = \dots$$

⋮

$$S_n = \dots$$

$$= \dots$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ

$$2. \quad 3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_3 = \dots$$

$\vdots$

$$S_n = \dots$$

$$= \dots$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ



$$3. \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_3 = \dots$$

$\vdots$

$$S_n = \dots$$

$$= \dots$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ

4. $10 + 1 + 0.1 + 0.01 + \dots + (0.1)^{n-2} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_3 = \dots$$

$\vdots$

$$S_n = \dots$$

$$= \dots$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ



5. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_3 = \dots$$

$\vdots$

$$S_n = \dots$$

$$= \dots$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ

6. $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{25}{2} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_3 = \dots$$

$\vdots$

$$S_n = \dots$$

$$= \dots$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ



ใบความรู้ ชุดที่ 2

เรื่อง ลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

2.1 ลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์ เป็นวิธีการพิจารณาอนุกรมอนันต์โดยใช้ความรู้ลิมิตของลำดับอนันต์ มาตรวจสอบดังนี้

1. ถ้าลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์หาได้ หรือมีลิมิต เราเรียกว่า อนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมคอนเวอร์เจนต์ (convergent series)
2. ถ้าลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์ไม่สามารถหาค่าได้ หรือไม่มีลิมิต เราเรียกว่า อนุกรมลู่ออกหรืออนุกรมไดเวอร์เจนต์ (divergent series)

ขั้นตอนการพิจารณาอนุกรมจากลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์
2. นำ S_n ไปหาลิมิต
3. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ หาค่าได้ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมคอนเวอร์เจนต์ (convergent series)
4. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ หาค่าไม่ได้แสดงว่าเป็นอนุกรมลู่ออกหรืออนุกรมไดเวอร์เจนต์ (divergent series)



ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าอนุกรมอนันต์ $2 + 4 + 6 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมอนันต์ $2 + 4 + 6 + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรมอนันต์ $2 + 4 + 6 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์ ซึ่งเป็นอนุกรมเลขคณิต

$$\text{มี } a_1 = 2 \text{ และ } d = 2 \text{ จากสูตร } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{n}{2}[2(2) + (n-1)(2)]$$

$$= \frac{n}{2}[4 + 2n - 2]$$

$$= \frac{n}{2}[2n + 4]$$

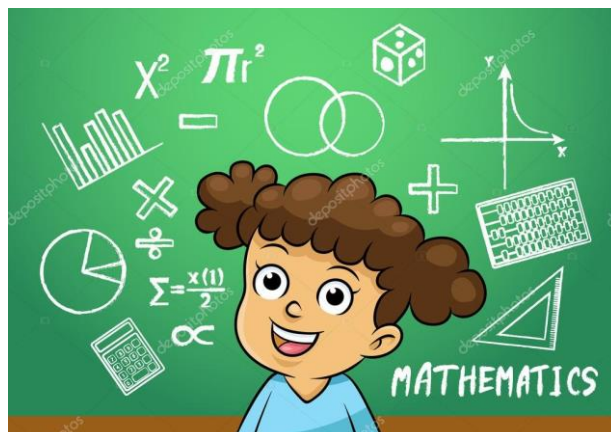
$$= n^2 + 2n$$

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 2n) \text{ หาค่าไม่ได้}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่ออก



ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าอนุกรมอนันต์ $0 + 0 + 0 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมอนันต์ $0 + 0 + 0 + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรมอนันต์ $0 + 0 + 0 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์ ซึ่งเป็นอนุกรมเลขคณิต

มี $a_1 = 0$ และ $d = 0$ จากสูตร $s_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{n}{2}[2(0) + (n-1)(0)]$$

$$= \frac{n}{2}[0]$$

$$= 0$$

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 0 = 0$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเลขคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าและมีลิมิตเป็น 0

ข้อสรุป

อนุกรมเลขคณิตอนันต์ $0 + 0 + 0 + \dots$ จะเป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมคอนเวอร์เจนต์
เพียงอนุกรมเดียวเท่านั้น สำหรับอนุกรมเลขคณิตอนันต์อื่น ๆ จะเป็นอนุกรมลู่ออกหรืออนุกรม
ไดเวอร์เจนต์เสมอ

2.2 ลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

หลักการพิจารณาอนุกรมเรขาคณิตอนันต์จากลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$
2. นำ S_n ไปหาลิมิต
3. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ หาค่าได้ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมคอนเวอร์เจนต์ (convergent series)
4. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ หาค่าไม่ได้แสดงว่าเป็นอนุกรมลู่ออกหรืออนุกรมไดเวอร์เจนต์ (divergent series)

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าอนุกรมอนันต์ $-3 + 3 - 3 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมอนันต์ $-3 + 3 - 3 + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรมอนันต์ $-3 + 3 - 3 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์ ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต

มี $a_1 = -3$ และ $r = -1$ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{-3(1-(-1)^n)}{1-(-1)} \\ &= -\frac{3}{2}(1-(-1)^n) \end{aligned}$$

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{3}{2}(1-(-1)^n) \text{ หาค่าไม่ได้}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู่ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่ออก



ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าอนุกรมอนันต์ $2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

$$\text{มีอนุกรมอนันต์ } 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรมอนันต์ $2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์ ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต

$$\text{มี } a_1 = 2 \text{ และ } r = \frac{1}{2} \text{ จากสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \frac{2(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n)}{\frac{1}{2}}$$

$$= 4 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)$$



2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right) = 4$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าและมีลิมิตเป็น 4

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2

เรื่อง ลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

จงพิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมลู่เข้า (อนุกรมคอนเวอร์เจนต์) หรืออนุกรมลู่ออก (อนุกรมไดเวอร์เจนต์) ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้ระบุลิมิต

1. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$ จากสูตร.....

จะได้ $S_n = \dots$

=

=

=



2. นำ S_n ไปหาลิมิต

จะได้ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \dots$

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรม.....และมีลิมิตเป็น.....(ถ้ามี)

2. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

เป็นอนุกรมลู่ออกหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$ จากสูตร.....

จะได้ $S_n = \dots$

=

=

=

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

จะได้ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \dots$

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรม.....และมีลิมิตเป็น.....(ถ้ามี)



3. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$ จากสูตร.....

จะได้ $S_n = \dots$

=

=

=

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

จะได้ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \dots$

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู่ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรม.....และมีลิมิตเป็น.....(ถ้ามี)

รู้ๆนะคะ



4. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \frac{81}{256} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$ จากสูตร.....

จะได้ $S_n = \dots$

=

=

=

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

จะได้ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \dots$

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรม.....และมีลิมิตเป็น.....(ถ้ามี)



5. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $9 + \frac{27}{2} + \frac{81}{4} + \frac{243}{8} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$ จากสูตร.....

จะได้ $S_n = \dots$

=

=

=

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

จะได้ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \dots$

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู่ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรม.....และมีลิมิตเป็น.....(ถ้ามี)



ใบความรู้ ชุดที่ 3

เรื่อง ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

3.1 ผลบวกของอนุกรมอนันต์

บทนิยาม กำหนดอนุกรมอนันต์ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ ให้ $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ เป็นลำดับผลบวกย่อย

ของอนุกรมนี้ ถ้าลำดับ S_n เป็นลำดับลู่เข้า และ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ เมื่อ S เป็นจำนวนจริง

แล้วอนุกรม $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้า (convergent series)

เรียก S ว่า **ผลบวกของอนุกรมอนันต์** ถ้าลำดับ S_n เป็นลำดับลู่ออก หรือ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ไม่สามารถ

หาค่าได้ แล้วอนุกรม $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เป็นอนุกรมลู่ออก (divergent series)

บทนิยาม ผลบวกของอนุกรมอนันต์ใด คือ ลิมิตของผลบวกย่อยตัวที่ n เมื่อ n เข้าสู่ออนันต์ ใช้สัญลักษณ์

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$$

3.2 ผลบวกของอนุกรมเลขคณิตอนันต์

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าอนุกรม $21 + 18 + 15 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออกและมีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $21 + 18 + 15 + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $21 + 18 + 15 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออกและมีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) ตรวจสอบอนุกรมอนันต์ พบว่าเป็น อนุกรมเลขคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = 21$ และ $d = -3$

2) หา S_n ของอนุกรมเลขคณิต จะได้ $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad S_n &= \frac{n}{2}(2(21) + (n-1)(-3)) \\
 &= \frac{n}{2}(42 - 3n + 3) \\
 &= \frac{4n - 3n^2}{2}
 \end{aligned}$$

3) นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n - 3n^2}{2} \right) \text{ ไม่สามารถหาค่าได้}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมอนันต์นี้ เป็นอนุกรมลู่ออก และไม่สามารถหาผลบวกอนันต์ได้

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าอนุกรม $0 + 0 + 0 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่ออกหรืออนุกรมลู่เข้าและมีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $0 + 0 + 0 + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $0 + 0 + 0 + \dots$ เป็นอนุกรมลู่ออกหรืออนุกรมลู่เข้าและมีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) ตรวจสอบอนุกรมอนันต์ พบว่าเป็น อนุกรมเลขคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = 0$ และ $d = 0$

2) หา S_n ของอนุกรมเลขคณิต จะได้ $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad S_n &= \frac{n}{2}(2(0) + (n-1)(0)) \\
 &= \frac{n}{2}(0) = 0
 \end{aligned}$$

3) นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (0) = 0$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมอนันต์นี้ เป็นอนุกรมลู่เข้า และมีผลบวกของอนุกรมอนันต์เท่ากับ 0

อย่างนี้เอง!!



ข้อสรุป

1. อนุกรมเลขคณิตอนันต์ $0 + 0 + 0 + \dots$ จะเป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมคอนเวอร์เจนต์เพียงอนุกรมเดียวเท่านั้นที่สามารถหาผลบวกอนันต์ได้และมีค่าเป็น 0 นอกนั้นเป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมคอนเวอร์เจนต์
2. อนุกรมอนันต์ที่นิยมนำไปประยุกต์ใช้ได้แก่อนุกรมเรขาคณิตอนันต์

3.3 ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

ในการศึกษาผลบวกอนุกรมเรขาคณิตอนันต์เราสามารถใช้ทฤษฎีบทที่สำคัญเพื่อนำไปใช้พิจารณาอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ว่าเป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออกได้ดังนี้

ทฤษฎีบท ให้อนุกรมเรขาคณิตมีพจน์แรกเป็น a_1 และ r เป็นอัตราส่วนร่วม

ถ้า $|r| < 1$ แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่เข้า และมี $\frac{a_1}{1-r}$ เป็นผลบวกของอนุกรมอนันต์

ถ้า $|r| \geq 1$ แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่ออก

ข้อสังเกต 1. $|r| < 1$ หมายถึง $-1 < r < 1$

2. $|r| \geq 1$ หมายถึง $r \leq -1$ และ $r \geq 1$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S = S_\infty$



ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิต $9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก และมีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออกและมีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) ตรวจสอบอนุกรมอนันต์ พบว่าเป็น อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = 9$ และ $r = \frac{1}{3}$

2) พิจารณาค่า r พบว่า $r = \frac{1}{3}$ ซึ่ง $-1 < r < 1$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่เข้า และสามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

$$= \frac{9}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{(9)}{\left(\frac{2}{3}\right)}$$

$$= \frac{27}{2}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้ คือ

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้า และมีผลบวกของอนุกรม

เรขาคณิตอนันต์เท่ากับ $\frac{27}{2}$



ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิต $2 - \frac{4}{5} + \frac{8}{5} - \frac{16}{5} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

และมีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $2 - \frac{4}{5} + \frac{8}{5} - \frac{16}{5} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $2 - \frac{4}{5} + \frac{8}{5} - \frac{16}{5} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออกและ

มีผลบวกอนันต์เป็นเท่าใด

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) ตรวจสอบอนุกรมอนันต์ พบว่าเป็น อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = 2$ และ $r = -2$

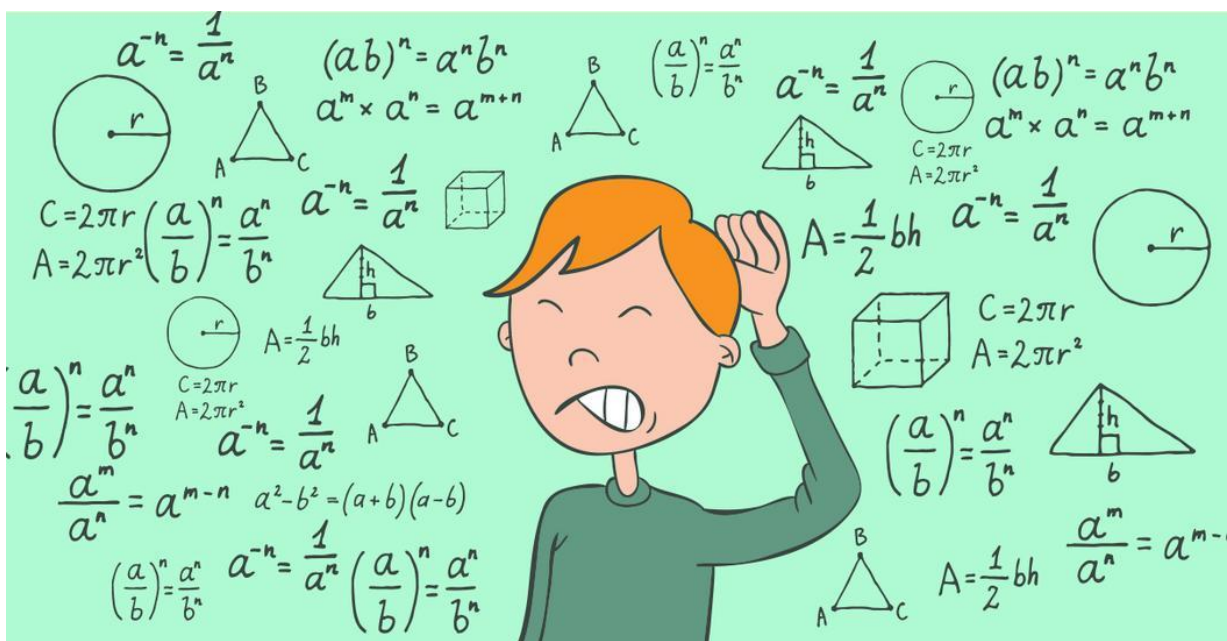
2) พิจารณาค่า r พบว่า $r = -2$ ซึ่ง $r \leq 1$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่ออก และ สามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้ คือ

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $2 - \frac{4}{5} + \frac{8}{5} - \frac{16}{5} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่ออกและไม่สามารถหา

ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ได้



แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3

เรื่อง ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

จงพิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ ใดต่อไปนี้ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

1. อนุกรม $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = \dots$ และ $r = \dots$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = \dots$ ซึ่ง

ทำให้เป็นอนุกรมลู่.....และ สามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ เป็นอนุกรมลู่.....

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหาได้ เท่ากับ.....

2. อนุกรม $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = \dots\dots\dots$ ซึ่ง

ทำให้เป็นอนุกรมลู่.....และ สามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

=

=

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์

เป็นอนุกรมลู่.....

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหาได้ เท่ากับ.....



3. อนุกรม $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = \dots\dots\dots$ ซึ่ง

ทำให้เป็นอนุกรมลู่.....และ สามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

=

=

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ เป็นอนุกรมลู่.....

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหาได้ เท่ากับ.....



4. อนุกรม $-\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = \dots\dots\dots$ ซึ่ง $\dots\dots\dots$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่.....และ สามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ เป็นอนุกรมลู่.....

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหาได้ เท่ากับ.....

5. อนุกรม $9 - \frac{27}{2} + \frac{81}{4} - \frac{243}{8} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = \dots\dots\dots$ ซึ่ง

ทำให้เป็นอนุกรมลู่.....และ สามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

=

=

=

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ เป็นอนุกรมลู่.....

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหาได้ เท่ากับ.....



แบบทดสอบหลังเรียน

ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง 1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ

2. คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลาในการทำข้อสอบ 20 นาที

3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X จากตัวเลือกที่ถูกต้อง ลงในช่อง ☐ ที่กระดานคำตอบที่กำหนดให้

1.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $20 + 2 + 0.2 + 0.02 + \dots + 2(0.1)^{n-2} + \dots$ ก. $20, 22, \frac{111}{10}, \dots, \frac{100}{9}\left(1 - \frac{1}{10}\right)^n, \dots$ ข. $20, 22, 22.2, \dots, \frac{100}{9}\left(2 - \frac{1}{10}\right)^n, \dots$ ค. $20, 22, \frac{222}{10}, \dots, \frac{200}{9}\left(1 - \frac{1}{10}\right)^n, \dots$ ง. $20, 22, 22.2, \dots, \frac{200}{9}\left(2 - \frac{1}{10}\right)^n, \dots$	4.	ข้อใดเป็นลิมิตของลำดับผลบวกย่อย $1, 3, 7, \dots, -(1-2^n), \dots$ ก. 0 ข. 1 ค. -1 ง. ไม่สามารถหาค่าได้
2.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$ ก. $3, 2, \frac{7}{2}, \dots, 9\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ข. $3, 5, \frac{19}{3}, \dots, 9\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ค. $3, 5, \frac{7}{3}, \dots, 9\left(1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ง. $3, 5, \frac{19}{3}, \dots, 9\left(1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$	5.	ข้อใดเป็นลิมิตของลำดับผลบวกย่อย $54, 90, 114, \dots, 162\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ก. 0 ข. 1 ค. 162 ง. ไม่สามารถหาค่าได้
3.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + (2^{n-1}) + \dots$ ก. $1, 2, 4, \dots, (1-2^n), \dots$ ข. $1, 3, 6, \dots, (1+2^n), \dots$ ค. $1, 3, 7, \dots, -(1+2^n), \dots$ ง. $1, 3, 7, \dots, -(1-2^n), \dots$	6.	ข้อใดเป็นลำดับผลบวกย่อยอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $54 + 36 + 24 + \dots$ ก. $54, 90, 114, \dots, 162\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ข. $54, 90, 114, \dots, \left(\frac{54}{36}\right)\left(1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ค. $54, 90, 114, \dots, 162\left(1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$ ง. $54, 90, 114, \dots, 162\left(\frac{36}{54}\right)\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$

7.	ข้อใดเป็นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \dots$ ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. ไม่สามารถหาค่าได้	9.	ข้อใดเป็นลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ เมื่อกำหนด $S_n = 9\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ ก. 0 ข. $-\frac{2}{3}$ ค. 9 ง. ไม่สามารถหาค่าได้
8.	ข้อใดเป็นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $9 + \frac{27}{2} + \frac{81}{4} + \dots$ ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. ไม่สามารถหาค่าได้	10.	จงพิจารณาอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ แล้วข้อใดสรุปถูกต้อง ก. เป็นอนุกรมลู่เข้า (อนุกรมคอนเวอร์เจนต์) มีลิมิตเป็น $\frac{3}{2}$ ข. เป็นอนุกรมลู่เข้า (อนุกรมคอนเวอร์เจนต์) มีลิมิตเป็น 0 ค. เป็นอนุกรมลู่เข้า (อนุกรมคอนเวอร์เจนต์) มีลิมิตเป็น 1 ง. เป็นอนุกรมลู่ออก (อนุกรมไดเวอร์เจนต์)

***** Good Luck *****



โรงเรียนพินายวิทยา อำเภอพินาย จังหวัดนครราชสีมา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 31

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 รหัสวิชา ค33202

ชื่อ นามสกุลชั้น เลขที่

วันที่ เดือน พ.ศ.

คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย × ลงบนกระดาษคำตอบของแต่ละข้อ (..... คะแนน)

ข้อ	ก	ข	ค	ง
	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

บรรณานุกรม

ภาคผนวก

เฉลยแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1

เรื่อง ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

1. $4 - 4 + 4 - 4 + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $4 - 4 + 4 - 4 + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $4 - 4 + 4 - 4 + \dots$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = 4$ และ $r = -1$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = 4$$

$$S_2 = 4 - 4 = 0$$

$$S_3 = 4 - 4 + 4 = 4$$

$\vdots$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{4(1 - (-1)^n)}{1 - (-1)} \\ &= \frac{4(1 - (-1)^n)}{2} \end{aligned}$$

$$= 2(1 - (-1)^n)$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ

$4, 0, 4, \dots, 2(1 - (-1)^n), \dots$

$$2. \quad 3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

$$\text{มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ } 3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

$$\text{ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ } 3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = 3$ และ $r = \frac{2}{3}$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = 3$$

$$S_2 = 3 + 2 = 5$$

$$S_3 = 3 + 2 + \frac{4}{3} = \frac{19}{3}$$

⋮

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{3(1-(\frac{2}{3})^n)}{1-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{3(1-(\frac{2}{3})^n)}{\frac{1}{3}} = 9\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) \end{aligned}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ

$$3, 5, \frac{19}{3}, \dots, 9\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right), \dots$$



$$3. \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าโจทย์บอกว่า

$$\text{มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$$

(W) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าโจทย์ให้หา

$$\text{ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$$

(D) จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าเราจะต้องทำดังนี้

$$1. \text{ หาค่า } r \text{ (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี } a_1 = \frac{1}{2} \text{ และ } r = \frac{1}{3}$$

$$2. \text{ เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย } n \text{ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{13}{18}$$

⋮

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\frac{1}{2}(1-(\frac{1}{3})^n)}{1-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(1-(\frac{1}{3})^n)}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right) \end{aligned}$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู่ว่า

$$\text{คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ } \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{13}{18}, \dots, \frac{3}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right), \dots$$

4. $10 + 1 + 0.1 + 0.01 + \dots + (0.1)^{n-2} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $10 + 1 + 0.1 + 0.01 + \dots + (0.1)^{n-2} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $10 + 1 + 0.1 + 0.01 + \dots + (0.1)^{n-2} + \dots$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = 10$ และ $r = 0.1 = \frac{1}{10}$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = 10$$

$$S_2 = 10 + 1 = 11$$

$$S_3 = 10 + 1 + 0.1 = 11.10 = \frac{111}{10}$$

⋮

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{10(1-(\frac{1}{10})^n)}{1-\frac{1}{10}} \\ &= \frac{10(1-(\frac{1}{10})^n)}{\frac{9}{10}} = \frac{100}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n \right) \end{aligned}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ $10, 11, \frac{111}{10}, \dots, \frac{100}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n \right), \dots$

5. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = -\frac{1}{2}$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$S_1 = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$\vdots$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\frac{1}{2}(1-(-\frac{1}{2})^n)}{1-(-\frac{1}{2})} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(1-(-\frac{1}{2})^n)}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}\left(1-(-\frac{1}{2})^n\right) \end{aligned}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \dots, \frac{1}{3}\left(1-(-\frac{1}{2})^n\right), \dots$

6. $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{25}{2} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{25}{2} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{25}{2} + \dots$

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หาค่า r (อัตราส่วนร่วม) จากอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มี $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = 5$

2. เขียนสูตรทั่วไปของผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต จะได้ $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$, $r > 1$

3. แสดงลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \\ S_2 &= \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ S_3 &= \frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{25}{2} = \frac{31}{2} \\ &\vdots \\ S_n &= \frac{\frac{1}{2}((5)^n - 1)}{5 - 1} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(1 - (5)^n)}{4} = \frac{1}{8}((5)^n - 1) \end{aligned}$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ คือ $\frac{1}{2}, 3, \frac{31}{2}, \dots, \frac{1}{8}((5)^n - 1), \dots$

เฉลยแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2

เรื่อง ลิมิตของลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

1. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{3}$ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$, $r < 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{3}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right) \end{aligned}$$



2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right) = \frac{3}{4} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right) = \frac{3}{4} (1 - 0) = \frac{3}{4}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าและมีลิมิตเป็น $\frac{3}{4}$

2. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = 3$ และ $r = \frac{2}{3}$ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r < 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{3(1-(\frac{2}{3})^n)}{1-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{3(1-(\frac{2}{3})^n)}{\frac{1}{3}} \\ &= 9\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) \end{aligned}$$



2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 9\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) = 9 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) = 9(1-0) = 9$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าและมีลิมิตเป็น 9

3. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

$$\text{มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ } \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

$$\text{ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ } \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \frac{1}{10}$ และ $r = 2$ สูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{\frac{1}{10}(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$= \frac{1}{10}(2^n - 1)$$

2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{10}(2^n - 1)$$

$$= \frac{1}{10} \lim_{n \rightarrow \infty} (2^n - 1) \text{ หาค่าไม่ได้}$$



(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่ออก

4. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \frac{81}{256} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \frac{81}{256} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \frac{81}{256} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \frac{3}{4}$ และ $r = \frac{3}{4}$ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r < 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{\frac{3}{4}(1-(\frac{3}{4})^n)}{1-\frac{3}{4}} \\ &= \frac{\frac{3}{4}(1-(\frac{3}{4})^n)}{\frac{1}{4}} \\ &= 3\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right) \end{aligned}$$



2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 3\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right) = 3 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right) = 3(1-0) = 3$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าและมีลิมิต เป็น 3

5. อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $9 + \frac{27}{2} + \frac{81}{4} + \frac{243}{8} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า

$$\text{มีอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ } 9 + \frac{27}{2} + \frac{81}{4} + \frac{243}{8} + \dots$$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

$$\text{ให้พิจารณาว่าอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ } 9 + \frac{27}{2} + \frac{81}{4} + \frac{243}{8} + \dots$$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1. หา S_n จากลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = 9$ และ $r = \frac{3}{2}$ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{9\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)}{\frac{3}{2} - 1}$$

$$= \frac{9\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= 18\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)$$



2. นำ S_n ไปหาลิมิต

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 18\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right) = 18 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right) \text{ หาค่าไม่ได้}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า

คำตอบที่ได้ อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่ออก

เฉลยแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3

เรื่อง ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์

1. อนุกรม $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{3}$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = \frac{1}{3}$ ซึ่ง $-1 < r < 1$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่เข้า และสามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{3}{4}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้า

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหา ได้ เท่ากับ $\frac{3}{4}$

2. อนุกรม $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = 3$ และ $r = \frac{2}{3}$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = \frac{2}{3}$ ซึ่ง $-1 < r < 1$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่เข้า และ สามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

$$\begin{aligned} \text{ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า } S &= \frac{a_1}{1-r} \\ &= \frac{3}{1-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{3}{\frac{1}{3}} \\ &= 9 \end{aligned}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้า

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหา ได้ เท่ากับ 9



3. อนุกรม $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่า โจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่า โจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = \frac{1}{10}$ และ $r = 2$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = 2$ ซึ่ง $r \geq 1$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่เข้า และสามารถหา/ไม่สามารถหาผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

= -

= -

= -

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่ออก

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์สามารถหา/ไม่สามารถหา ได้



4. อนุกรม $-\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $-\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $-\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = -\frac{3}{4}$ และ $r = -\frac{3}{4}$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = -\frac{3}{4}$ ซึ่ง $-1 < r < 1$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่เข้า และสามารถหา/ไม่สามารถหา ผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

$$= \frac{-\frac{3}{4}}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)}$$

$$= \frac{-\frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}}$$

$$= -\frac{3}{7}$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $-\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่เข้า

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ สามารถหา/ไม่สามารถหา ได้ เท่ากับ $-\frac{3}{7}$



5. อนุกรม $9 - \frac{27}{2} + \frac{81}{4} - \frac{243}{8} + \dots$

วิธีทำ (K) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์บอกว่า มีอนุกรมอนันต์ $9 - \frac{27}{2} + \frac{81}{4} - \frac{243}{8} + \dots$

(W) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าโจทย์ให้หา

ให้พิจารณาว่า อนุกรม $9 - \frac{27}{2} + \frac{81}{4} - \frac{243}{8} + \dots$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรืออนุกรมลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าให้หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

(D) จากโจทย์ทำให้เรารู้ว่าเราจะต้องทำดังนี้

1) อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ มีค่า $a_1 = 9$ และ $r = -\frac{3}{2}$

2) พิจารณาค่า r ตามทฤษฎีบท พบว่า $r = -\frac{3}{2}$ ซึ่ง $r \leq -1$

ทำให้เป็นอนุกรมลู่เข้า และ ~~สามารถหา~~ไม่สามารถหาผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

ถ้ามีผลบวกอนุกรมอนันต์จะได้ว่า $S = \frac{a_1}{1-r}$

$$= -$$

$$= -$$

$$= -$$

(L) จากโจทย์ทำให้เราได้เรียนรู้ว่า คำตอบที่ได้

อนุกรมเรขาคณิตอนันต์ $9 - \frac{27}{2} + \frac{81}{4} - \frac{243}{8} + \dots$ เป็นอนุกรมลู่ออก

และผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ ~~สามารถหา~~ไม่สามารถหา ได้





โรงเรียนพิมายวิทยา อำเภอพิมาย จังหวัดนครราชสีมา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 31

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน (เฉลย)

ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 รหัสวิชา ค33202

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

วันที่ เดือน พ.ศ.

คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย X ลงบนกระดาษคำตอบของแต่ละข้อ (..... คะแนน)

ข้อ	ก	ข	ค	ง
	A	B	C	D
1				X
2			X	
3		X		
4	X			
5				X
6			X	
7			X	
8	X			
9			X	
10				X



โรงเรียนพิมายวิทยา อำเภอพิมาย จังหวัดนครราชสีมา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 31

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน (เฉลย)

ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ KWDL

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 รหัสวิชา ค33202

ชื่อ นามสกุลชั้น เลขที่

วันที่ เดือน พ.ศ.

คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย × ลงบนกระดาษคำตอบของแต่ละข้อ (..... คะแนน)

ข้อ	ก	ข	ค	ง
	A	B	C	D
1			X	
2		X		
3				X
4				X
5			X	
6	X			
7			X	
8				X
9			X	
10	X			

แบบบันทึกสรุป



คะแนนรวม

แบบทดสอบ ก่อนเรียน (10)	ชุดฝึกทักษะ			รวม (198)	แบบทดสอบ หลังเรียน (10)
	แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (66)	แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (61)	แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (71)		

ลงชื่อ

(.....)

ผู้บันทึกคะแนน