บทที่ 7 การเคลื่อนที่แบบหมุน

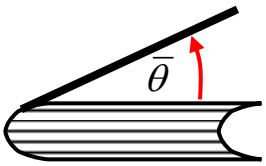
การเคลื่อนที่แบบหมุน (rotational motion) คือการเคลื่อนที่หมุนอยู่กับที่รอบแกนหมุนตรึงแน่น หรืออาจหมุนรอบศูนย์กลางมวล เช่นการหมุนของใบพัดของพัดลม , การหมุนของล้อจักรยาน เป็นต้น

วัตถุที่ใช้ในการศึกษาการเคลื่อนที่แบบหมุนจะเป็นวัตถุที่มีรูปร่างแน่นอน ระยะห่างระหว่างจุดต่างๆ บนวัตถุมีระยะคงตัว และวัตถุไม่เปลี่ยนรูปร่างเมื่อเคลื่อนที่หรือมีแรงกระทำ เรียกวัตถุนั้นๆ ว่า **วัตถุแข็งเกร็ง (regid body)**

7.1 ปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการหมุน

ก่อนศึกษาการเคลื่อนที่แบบหมุน จำเป็นต้องรู้จักคำศัพท์พื้นฐานเกี่ยวกับการหมุนดังนี้

การกระจัดเชิงมุม (angular displacement , $\Delta\theta$) คือมุมที่กวาดไปได้ ใช้หน่วยเป็นเรเดียน เช่นมุมที่ปกหนังสือกวาดขึ้นไปได้เมื่อถูกเปิดดังรูป



ความเร็วเชิงมุม (angular velocity , ω) คือปริมาณของการกระจัดเชิงมุมที่กวาดไปได้ในหนึ่งหน่วยเวลา

นั่นคือ $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

เมื่อ ω คือความเร็วเชิงมุม (เรเดียน/วินาที)

$\Delta\theta$ คือการกระจัดเชิงมุม (เรเดียน)

Δt คือเวลา (วินาที)

นอกจากนี้ความเร็วเชิงมุมยังสามารถหาค่าได้จาก

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{และ} \quad \omega = 2\pi f$$

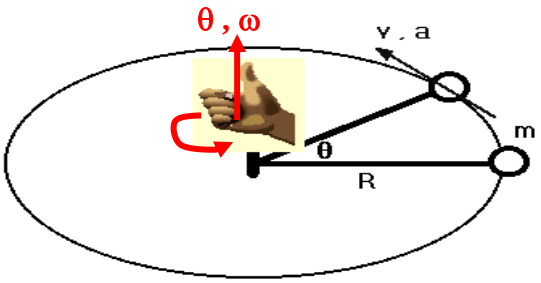
เมื่อ ω คือความเร็วเชิงมุม (เรเดียน/วินาที)

T คือคาบของการเคลื่อนที่ (วินาที) (คือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ได้ 1 รอบ)

f คือความถี่ของการเคลื่อนที่ (เฮิรตซ์)

www.pec9.com

การกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุม เป็นปริมาณเวกเตอร์ซึ่งสามารถหาทิศทางได้จากกฎมือขวา โดยใช้มือขวากำแกนหมุน แล้วให้นิ้วทั้งสี่วนตามการเคลื่อนที่ นิ้วหัวแม่มือจะชี้บอกทิศของการกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุมดังแสดงในรูป



1. ล้อหมุนอันหนึ่งหมุนได้การกระจัดเชิงมุม 25 เรเดียน ในเวลา 10 วินาที จงหาอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของการหมุนล้อนี้ในหน่วยเรเดียนต่อวินาที

1. 2.0 2. 2.5 3. 4.0 4. 4.5

2. ล้อหมุนอันหนึ่งหมุนครบรอบได้โดยใช้เวลา 2 วินาที จงหาอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของการหมุนล้อนี้ในหน่วยเรเดียนต่อวินาที

1. 1.57 2. 3.14 3. 6.28 4. 7.25

3. ล้อหมุนอันหนึ่งหมุนด้วยความถี่คงที่ 420 รอบ/นาที จงหาอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของการหมุนล้อนี้ในหน่วยเรเดียนต่อวินาที

1. 22 2. 44 3. 66 4. 88

www.pec9.com

ความเร่งเชิงมุม (angular acceleration , α) คือความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา

นั่นคือ $\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t}$

เมื่อ α คือความเร่งเชิงมุม (เรเดียน/วินาที^{2})

ω คือความเร็วเชิงมุมตอนปลาย (เรเดียน/วินาที)

ω_o คือความเร็วเชิงมุมตอนต้น (เรเดียน/วินาที)

t คือเวลา (วินาที)

4. ล้ออันหนึ่ง ในตอนแรกหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว 50 เรเดียน/วินาที ต่อมาลดลงเหลือ 10 เรเดียน/วินาที ในเวลา 10 วินาที จงหาความเร่งเชิงมุมในหน่วย เรเดียน/วินาที^{2}

1. 2 2. 4 3. –2 4. –4

เมื่อเปรียบเทียบปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่ในแนวเส้นตรงกับการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนหมุนตรึงแน่นจะได้ดังนี้

ปริมาณของการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่ในแนวเส้นตรง	ปริมาณการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนหมุนตรึงแน่น
s	θ
u	ω_o
v	ω
a	α

เมื่อ s คือการกระจัดเชิงเส้น (เมตร) θ คือการกระจัดเชิงมุม (เรเดียน)

u คือความเร็วต้น (เมตร/วินาที) ω_o คือความเร็วเชิงมุมต้น (เรเดียน/วินาที)

v คือความเร็วปลาย (เมตร/วินาที) ω คือความเร็วเชิงมุมปลาย (เรเดียน/วินาที)

a คือความเร่ง (เมตร/วินาที^{2}) α คือความเร่งเชิงมุม (เรเดียน/วินาที^{2})

www.pec9.com

ควรทราบ : การกระจัด (s) ความเร็ว (v) และความเร่ง (a) ของการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่นั้น อาจเรียกเป็นการกระจัดเชิงเส้น ความเร็วเชิงเส้น และความเร่งเชิงเส้น ปริมาณทั้งสามนี้สามารถหาค่าได้จาก

$$s = \theta R \quad \text{และ} \quad v = \omega R \quad \text{และ} \quad a = \alpha R$$

เมื่อ s คือการกระจัดเชิงเส้น (เมตร) θ คือการกระจัดเชิงมุม (เรเดียน)

v คือความเร็วเชิงเส้น (เมตร/วินาที) ω คือความเร็วเชิง (เรเดียน/วินาที)

a คือความเร่งเชิงเส้น (เมตร/วินาที^{2}) α คือความเร่งเชิงมุม (เรเดียน/วินาที^{2})

R คือรัศมีการเคลื่อนที่ (เมตร)

เมื่อเปรียบเทียบสมการของการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่ในแนวเส้นตรงกับการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนหมุนตรึงแน่นจะได้ดังนี้

สมการการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่ในแนวเส้นตรง	สมการการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนหมุนตรึงแน่น
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{\omega_0+\omega}{2}\right)t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$s = vt - \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
$s = Vt$ (เมื่อ V คงที่)	$\theta = \omega t$ (เมื่อ ω คงที่)

5. วัตถุก้อนหนึ่งหมุนรอบตัวเองด้วยความเร็วเชิงมุม 5 เรเดียน/วินาที เมื่อให้แรงกระทำในทิศเดียวกับการหมุน ปรากฏว่าวัตถุก้อนนั้นมีความเร่งเชิงมุม 2 เรเดียน/วินาที^{2} จงหาว่าถ้าให้แรงกระทำนาน 10 วินาที ค่าความเร็วเชิงมุม ณ.วินาทีที่ 10 นั้นมีค่าเท่าใด

1. 20 เรเดียน/วินาที
2. 25 เรเดียน/วินาที
3. 30 เรเดียน/วินาที
4. 35 เรเดียน/วินาที

www.pec9.com

6. ล้ออันหนึ่งใช้เวลา 3 วินาที ในการหมุนไปได้มุมทั้งหมด 234 เรเดียน วัดความเร็วเชิงมุมขณะนั้นได้ 108 เรเดียน/วินาที จงหาความเร็วเชิงมุมตอนเริ่มต้น

1. 44 เรเดียน/วินาที
2. 46 เรเดียน/วินาที
3. 48 เรเดียน/วินาที
4. 50 เรเดียน/วินาที

7. จากข้อที่ผ่านมา จงหาความเร่งเชิงมุมของการหมุน

1. 20 เรเดียน/วินาที^{2}
2. 25 เรเดียน/วินาที^{2}
3. 30 เรเดียน/วินาที^{2}
4. 35 เรเดียน/วินาที^{2}

8. ล้ออันหนึ่งหมุนด้วยความเร่งเชิงมุม 2 เรเดียน/วินาที^{2} และเพิ่มความเร็วเชิงมุมในการหมุนเป็น 40 เรเดียน/วินาที ในเวลา 20 วินาที จงหาการกระจัดเชิงมุมที่หมุนไปได้ในช่วงเวลาดังกล่าว (ตอบในหน่วยเรเดียน)

1. 400
2. 450
3. 500
4. 600

www.pec9.com

9. ใบพัดลมเครื่องหนึ่งหมุนด้วยอัตรา 600 รอบ/นาที ในเวลา 5 วินาที จากหยุดนิ่ง จงหาความเร่งเชิงมุมของใบพัดลมนี้

1. -4π เรเดียน / วินาที^{2}
2. 10 เรเดียน / วินาที^{2}
3. 4π เรเดียน / วินาที^{2}
4. 30 เรเดียน / วินาที^{2}

10. พัดลมเครื่องหนึ่งกำลังหมุนด้วยอัตรา 750 รอบต่อนาที แล้วค่อยๆ ช้าลงอย่างสม่ำเสมอ จนมีอัตราเร็ว 150 รอบต่อนาที ในเวลา 30 วินาที จงหาความเร่งเชิงมุมและจำนวนรอบที่หมุนได้ในช่วงเวลานี้

1. $-\frac{\pi}{3}$ เรเดียน/วินาที^{2} , 150 รอบ
2. $-\frac{\pi}{3}$ เรเดียน/วินาที^{2} , 225 รอบ
3. $-\frac{2\pi}{3}$ เรเดียน/วินาที^{2} , 150 รอบ
4. $-\frac{2\pi}{3}$ เรเดียน/วินาที^{2} , 225 รอบ

11. ล้ออันหนึ่งมีรัศมี 2 เมตร หมุนจากหยุดนิ่งจนมีความเร็วเชิงมุมคงตัว 100 เรเดียน/วินาที ในเวลา 20 วินาที จงหาความเร่งเชิงมุม

1. 5 เรเดียน/วินาที^{2}
2. 10 เรเดียน/วินาที^{2}
3. 15 เรเดียน/วินาที^{2}
4. 20 เรเดียน/วินาที^{2}

www.pec9.com

12. จากข้อที่ผ่านมา จงหามุมที่หมุนไปได้ทั้งหมดตั้งแต่ต้น

1. 400 เรเดียน 2. 600 เรเดียน 3. 800 เรเดียน 4. 1000 เรเดียน

13. จากข้อที่ผ่านมา จงหาความเร็ว และความเร่งที่ผิวล้อ ณ.วินาทีที่ 20

1. 100 เมตร/วินาที , 5 เมตร/วินาที^{2} 2. 200 เมตร/วินาที , 5 เมตร/วินาที^{2}
3. 100 เมตร/วินาที , 10 เมตร/วินาที^{2} 4. 200 เมตร/วินาที , 10 เมตร/วินาที^{2}

14. จากข้อที่ผ่านมา ถ้าล้อนี้กลิ้งไปข้างหน้า จงหาระยะทางที่กลิ้งไปได้ เมื่อผ่านไป 20 วินาที

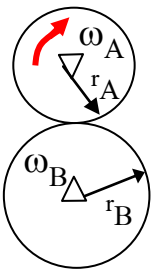
1. 500 เมตร 2. 1000 เมตร 3. 1500 เมตร 4. 2000 เมตร

15. รถจักรยานคันหนึ่งแล่นเป็นเส้นตรงจากหยุดนิ่ง พบว่าล้อมีความเร่งเชิงมุม 2 เรเดียน/-วินาที^{2} ถ้าล้อรถมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เมตร จงหาระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ใน 20 วินาที นับจากเริ่มต้น

1. 50 เมตร 2. 100 เมตร 3. 150 เมตร 4. 200 เมตร

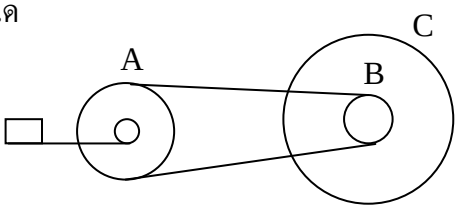
www.pec9.com

16. เฟือง A รัศมี 100 มิลลิเมตร ขบกับเฟือง B รัศมี 200 มิลลิเมตร ดังรูป ถ้าเฟือง A หมุนด้วย ความเร็ว ω_A = 10 เรเดียน/วินาที ตามเข็มนาฬิกา เฟือง B จะหมุนด้วยความเร็ว ω_B = ?



1. 20 เรเดียน/วินาที ตามเข็มนาฬิกา
2. 20 เรเดียน/วินาที ทวนเข็มนาฬิกา
3. 5 เรเดียน/วินาที ตามเข็มนาฬิกา
4. 5 เรเดียน/วินาที ทวนเข็มนาฬิกา

17. ตามรูป นักขี่จักรยานถีบจักรยานทำให้จานหมุนหนึ่งรอบในเวลา 2 วินาที ถ้าจาน A , จาน B และล้อหลัง C มีรัศมี 10 เซนติเมตร , 2.5 เซนติเมตร และ 35 เซนติเมตร ตามลำดับ จักรยานจะวิ่งด้วยอัตราเร็วเท่าใด



1. 1.1 เมตร/วินาที
2. 3.1 เมตร/วินาที
3. 4.4 เมตร/วินาที
4. 6.3 เมตร/วินาที

www.pec9.com

7.2 โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนสมมาตร

โมเมนต์ความเฉื่อย (moment of inertia) เป็นสมบัติด้านการหมุนของวัตถุ วัตถุที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยมากจะหมุนได้ยาก วัตถุที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยน้อยจะหมุนได้ง่าย

โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปร่างต่างๆ รอบแกนสมมาตรสามารถหาได้จาก

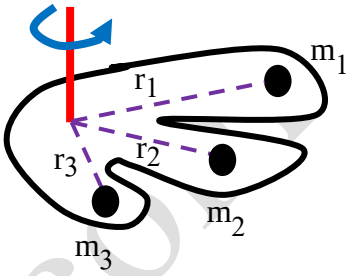
$$I = \Sigma m r^2$$

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots.$$

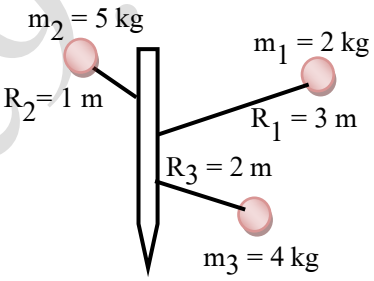
เมื่อ I คือโมเมนต์ความเฉื่อย (กิโลกรัม.เมตร^2)

m คือมวล (กิโลกรัม)

r คือรัศมีการหมุนของมวลนั้น (เมตร)



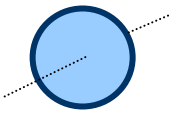
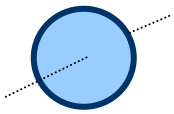
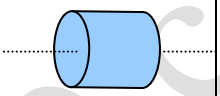
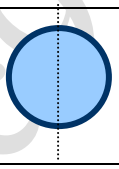
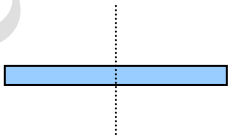
18. จากรูป มวล 3 ก้อน เคลื่อนที่รอบแกนหมุนเดียวกันพร้อมกัน จงหาโมเมนต์แห่งความเฉื่อยของการหมุนนี้



1. 19 กิโลกรัม.เมตร^2
2. 29 กิโลกรัม.เมตร^2
3. 39 กิโลกรัม.เมตร^2
4. 49 กิโลกรัม.เมตร^2

www.pec9.com

ในกรณีวัตถุรูปร่างอื่นๆ เราอาจหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยได้ดังนี้

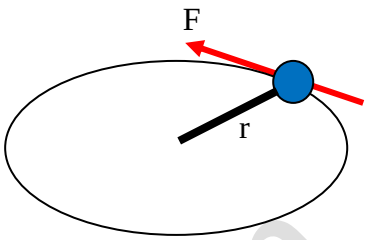
รูปร่างวัตถุ	แกนหมุน	รูป	โมเมนต์ความเฉื่อย
ทรงกลมตัน มวล m รัศมี R	รอบแกนผ่าน จุดศูนย์กลาง		$I = \frac{2}{5} mR^2$
ทรงกลมกลวง มวล m รัศมี R	รอบแกนผ่านจุด ศูนย์กลาง		$I = \frac{2}{3} mR^2$
ทรงกระบอกตัน มวล m รัศมี R ยาว L	รอบแกนของ ทรงกระบอก		$I = \frac{1}{2} mR^2$
แผ่นกลมบาง มวล m รัศมี R	รอบแกนผ่านศูนย์กลาง บนระนาบของแผ่น		$I = \frac{1}{4} mR^2$
แท่งวัตถุเล็ก มวล m ยาว L	รอบแกนผ่านศูนย์กลาง มวล ตั้งฉากกับแท่ง		$I = \frac{1}{12} mL^2$

การหมุนของวัตถุทั้งหมดในตารางนี้ เป็นการหมุนรอบแกนผ่านศูนย์กลางมวล และเป็นแกนสมมาตรของวัตถุซึ่งแกนนั้นต้องอยู่กับที่ ถ้าเลื่อนแกนหมุนไปเป็นระยะ L ขนานกับแกนสมมาตรเดิม โมเมนต์ความเฉื่อยจะเพิ่มขึ้นอีก mL^2 โมเมนต์ความเฉื่อยรวมจึงต้องนำ mL^2 บวกเพิ่มเข้าไปด้วย

www.pec9.com

7.3 ทอร์กกับการเคลื่อนที่แบบหมุน

ความแรงการหมุนของวัตถุจะขึ้นกับโมเมนต์ของแรง (moment of force) หรือ ทอร์ก (torque , $\bar{\tau}$) ซึ่งหมายถึงผลคูณเชิงเวกเตอร์ของแรงกระทำต่อวัตถุ ($\bar{F}$) กับการกระจัดที่วัดจากจุดหมุน ($\bar{r}$)



ขนาดของทอร์กสามารถหาค่าได้จาก

$\tau = F\,r$ และ $\tau = I\,\alpha$

เมื่อ τ คือทอร์ก (นิวตัน.เมตร)

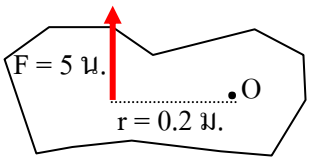
F คือแรงที่ทำให้เกิดการหมุน (นิวตัน)

r คือระยะจากจุดหมุนไปตกตั้งฉากกับแนวแรงนั้น (เมตร)

I คือโมเมนต์ความเฉื่อย (กิโลกรัม.เมตร^2)

α คือความเร่งเชิงมุม (เรเดียน/วินาที^{2})

19. จากรูปจงหาทอร์กที่กระทำต่อวัตถุนี้



1. 1 นิวตัน.เมตร
2. 2 นิวตัน.เมตร
3. 1 นิวตัน.เมตร
4. 4 นิวตัน.เมตร

20. จงหาทอร์กที่ทำให้ล้อมวล 8 กิโลกรัม รัศมี 25 เซนติเมตร หมุนด้วยความเร่ง 3 เรเดียน/วินาที^{2}

1. 0.5 นิวตัน.เมตร
2. 1.0 นิวตัน.เมตร
3. 1.5 นิวตัน.เมตร
4. 2.0 นิวตัน.เมตร

www.pec9.com

21. จงหาทอร์กที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย 5 กิโลกรัม.เมตร^2 เริ่มหมุนจากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีความเร็วเชิงมุม 30 เรเดียน/วินาที ใน 10 วินาที

1. 15 นิวตัน.เมตร
2. 22 นิวตัน.เมตร
3. 44 นิวตัน.เมตร
4. 88 นิวตัน.เมตร

22. จงหาทอร์กที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย 20 กิโลกรัม.เมตร^2 เริ่มหมุนจากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีอัตราเร็ว 7 รอบ/วินาที ใน 10 วินาที

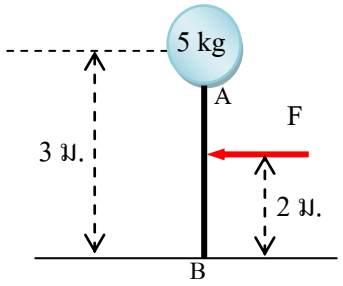
1. 60 นิวตัน.เมตร
2. 75 นิวตัน.เมตร
3. 88 นิวตัน.เมตร
4. 100 นิวตัน.เมตร

23. วงล้อมีรัศมี 25 เซนติเมตร หมุนโดยไม่มีแรงเสียดทานด้วยความเร่งเชิงมุม 2.25 เรเดียน/วินาที^{2} เมื่อมีแรงคงที่ 90 นิวตัน กระทำในแนวเส้นสัมผัสกับวงล้อ จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวงล้อ

1. 0.1 กิโลกรัม.เมตร^2
2. 1.0 กิโลกรัม.เมตร^2
3. 10.0 กิโลกรัม.เมตร^2
4. 40.0 กิโลกรัม.เมตร^2

www.pec9.com

24. คานเบา AB ยาว 3 เมตร ปลาย A มีมวล 5 กิโลกรัม ติดอยู่ ส่วนปลาย B เป็นจุดหมุนตรึงที่ทำให้คานหมุนได้คล่องในระนาบราบ เมื่อมีแรง F ขนาด 36 นิวตัน กระทำอย่างตั้งฉากกับคานกระทำห่างจาก B ไปเป็นระยะ 2 เมตร ดังรูป ปลาย A จะมีความเร่งเชิงมุมกี่เรเดียนต่อวินาที^{2}



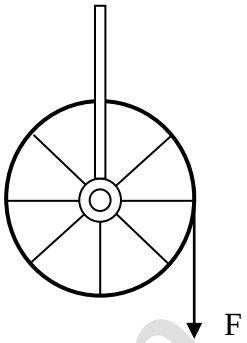
1. 0.4 2. 0.8 3. 1.6 4. 2.4

25. เครื่องยนต์ของเฮลิคอปเตอร์ลำหนึ่ง ส่งทอร์กขนาด 1000 นิวตัน.เมตร กระทำต่อใบพัด ซึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อย 200 กิโลกรัม . เมตร^2 จงหาว่าจะต้องใช้เวลานานกี่วินาที จึงทำให้ความเร็วของใบพัดหมุน 420 รอบ/นาที จากเริ่มต้นอยู่นิ่ง

1. 2.2 วินาที 2. 4.4 วินาที 3. 6.6 วินาที 4. 8.8 วินาที

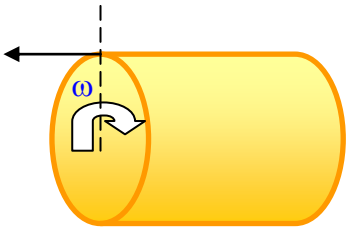
www.pec9.com

26. ตามรูปเป็นวงล้อรัศมี 40 เซนติเมตร มีแกนหมุนลื่นและมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนเท่ากับ 0.2 กิโลกรัม-เมตร^2 วงล้อนี้ถูกพันไว้ด้วยเส้นเชือกขนาดเล็ก และ เบาจำนวนหลายรอบ ถ้าออกแรง F ขนาดคงที่เท่ากับ 2 นิวตัน ดึงปลายเชือก จงหาความยาวของเชือกที่ถูกดึงออกมาได้ในเวลา 2 วินาที ทั้งนี้กำหนดว่าวงล้อเริ่มหมุนจากหยุดนิ่ง (ให้ตอบในหน่วยเมตร)



1. 0.2 เมตร 2. 0.3 เมตร 3. 1.6 เมตร 4. 3.2 เมตร

27. แป้นหมุนมวล 2 กิโลกรัม รัศมี 10 เซนติเมตร กำลังหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 50 เรเดียน/วินาที ได้นำแผ่นเหล็กกดกับแป้นหมุน ทำให้เกิดแรงกระทำกับแป้นหมุนในทิศต้านการหมุนมีขนาดในแนวสัมผัส 5 นิวตัน จงหาว่าหลังจากนั้นนานกี่วินาทีแป้นหมุนจึงจะหยุดนิ่ง ให้โมเมนต์ความเฉื่อยของแป้นหมุน 0.01 กิโลกรัม.เมตร^2



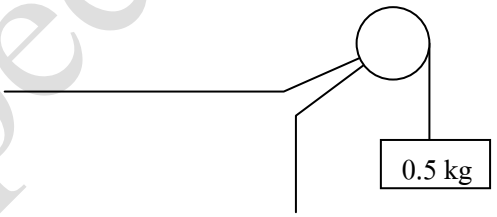
1. 1 วินาที 2. 2 วินาที 3. 3 วินาที 4. 4 วินาที

www.pec9.com

28. หินเจียเหล็กซึ่งมีลักษณะเป็นล้อตันมีมวล 4 กิโลกรัม รัศมี 0.1 เมตร กำลังหมุนรอบแกนของล้อด้วยอัตราเร็ว 5 รอบต่อวินาที เมื่อเอาปลายแท่งเหล็กกดลงที่ผิวของล้อในแนวตั้งฉากกับผิวด้วยแรงขนาด 100 นิวตัน คงที่ ถ้าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานระหว่างปลายแท่งเหล็กกับผิวหินเจียเท่ากับ 0.5 และโมเมนต์ของความเฉื่อยของหินเจียรอบแกนหมุนดังกล่าวเป็น 0.7 กิโลกรัม . เมตร^2 หลังจากออกแรงกด ล้อจะหมุนต่อไปได้กี่รอบจึงหยุด

1. 8 รอบ 2. 9 รอบ 3. 10 รอบ 4. 11 รอบ

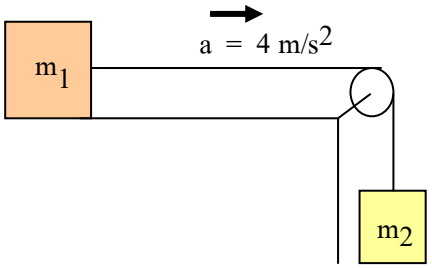
29. แผ่นกลมรัศมี 0.2 เมตร ยึดติดกับแกนหมุนที่จุดศูนย์กลางของแผ่นกลม และมีแท่งวัตถุมวล 0.5 กิโลกรัม ผูกติดเส้นเชือกเบาคล้องผ่านแผ่นกลมทำให้แผ่นกลมหมุนด้วยอัตราเร่งคงที่ โมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นกลม 0.05 กิโลกรัม.เมตร^2 จงหาอัตราเร่งเชิงมุมของแผ่นกลมนี้ (ไม่คิดแรงเสียดทาน)



1. 18.28 เรเดียน/วินาที^{2}
2. 16.25 เรเดียน/วินาที^{2}
3. 14.28 เรเดียน/วินาที^{2}
4. 11.23 เรเดียน/วินาที^{2}

www.pec9.com

30. มวล m_1 และ m_2 ขนาด 10 และ 20 กิโลกรัม ตามลำดับ ผูกต่อกันด้วยเชือกเบาคล้องผ่านรอกที่มีรัศมี 0.25 เมตร พบว่ามวล m_1 เคลื่อนที่ตามพื้นราบเกลี้ยงด้วยความเร่ง 4 เมตรต่อ-วินาที^{2} โมเมนต์ความเฉื่อยของรอกมีค่ากี่กิโลกรัม. เมตร^2



1. 1.00 2. 1.25 3. 2.00 4. 2.25

7.4 โมเมนตัมเชิงมุมและอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมเชิงมุม

โมเมนตัมเชิงมุม (L) หมายถึงผลคูณเชิงเวกเตอร์ของโมเมนตัมเชิงเส้น ($\bar{L}$) กับเวกเตอร์บอกตำแหน่ง ($\bar{r}$) จากจุด O ไปยังตำแหน่งของมวล m

ขนาดของของโมเมนตัมเชิงมุมสามารถหาได้จาก

$$L = I\omega \quad \text{และ} \quad L = \tau t \quad \text{และ} \quad L = mvr$$

เมื่อ L คือ โมเมนตัมเชิงมุม (กิโลกรัม.เมตร^2 /วินาที)

I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย (กิโลกรัม.เมตร^2)

ω คือความเร็วเชิงมุม (เรเดียน/วินาที)

τ คือทอร์ก (นิวตัน.เมตร)

t คือเวลา (วินาที)

m คือมวล (กิโลกรัม)

v คือความเร็ว (เมตร/วินาที)

r คือรัศมีการหมุน (เมตร)

www.pec9.com

31. วัตถุมวล 0.2 กิโลกรัม ผูกติดกับปลายข้างหนึ่งของเส้นเชือกยาว 2 เมตร จับปลายอีกข้างหนึ่งเหวี่ยงให้วัตถุเคลื่อนที่ในแนววงกลม ในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วคงที่ 10 เมตร/-วินาที จงหาโมเมนตัมเชิงมุมของวัตถุนี้ ในหน่วยกิโลกรัม.เมตร^2/วินาที

1. 2 2. 4 3. 8 4. 16

32. ถ้าเหวี่ยงมวล 0.2 กิโลกรัม ด้วยเชือกยาว 4 เมตร ให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับ ถ้าความเร็วเชิงมุมมีค่า 10 เรเดียน/วินาที จงหาโมเมนตัมเชิงมุม ในหน่วยกิโลกรัม.เมตร^2/-วินาที

1. 24 2. 28 3. 32 4. 46

กฎทรงโมเมนตัมเชิงมุม กล่าวว่า " หากผลรวมของทอร์กมีค่าเป็นศูนย์ โมเมนตัมเชิงมุมจะมีค่าคงตัว "

นั่นคือ $\Sigma L_1 = \Sigma L_2$

และ $\Sigma I_1\omega_1 = \Sigma I_2\omega_2$

33. ชายคนหนึ่ง ถือดัมเบลไว้สองมือ ยืนบนเก้าอี้ที่หมุนได้อย่างเสรีไม่มีแรงเสียดทานและมีแกนหมุนอยู่ในแนวดิ่งขณะที่เขากางมือออก โมเมนต์ความเฉื่อยของชายคนนั้นและเก้าอี้เท่ากับ 2.25 กิโลกรัม.เมตร^2 ความเร็วเชิงมุมเริ่มต้นในการหมุน 5 เรเดียน/วินาที เมื่อเขาหุบแขนทั้งสองเข้าหาตัว โมเมนต์ความเฉื่อยรวมเท่ากับ 1.80 กิโลกรัม.เมตร^2 อัตราเร็วเชิงมุมในการหมุนขณะหุบแขนมีค่ากี่เรเดียนต่อวินาที

1. 4.50 2. 5.00 3. 6.25 4. 7.25

www.pec9.com

34(แนว En) วัตถุมวล m ผูกติดกับปลายเชือกซึ่งลอดผ่านรูหลอดเล็กๆ ปลายเชือกข้างหนึ่งดึงยึดไว้ด้วยแรงค่าหนึ่งแล้วเหวี่ยงให้เป็นวงกลมรัศมี 2 เมตร ถ้าดึงเชือกให้รัศมีวงกลม เป็น 1 เมตร ทันที วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าไรในหน่วยเรเดียน/วินาที ถ้าเดิมมีอัตราเร็วเชิงมุม 3 เรเดียนต่อวินาที

35. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนแป้นหมุนในขณะที่เหยียดแขนออกเขาหมุนด้วยอัตราเร็ว 0.50 รอบ /-วินาที แต่เมื่อเขาดึงแขนเข้าข้างตัว อัตราเร็วเปลี่ยนเป็น 0.75 รอบ/วินาที จงหาอัตราส่วนของโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบตอนแรกต่อตอนหลัง

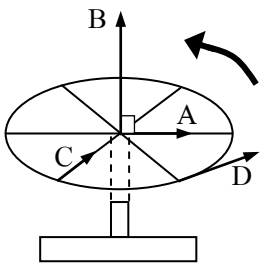
1. $\frac{2}{3}$ 2. $\frac{4}{9}$ 3. $\frac{3}{2}$ 4. $\frac{9}{4}$

36. ชายคนหนึ่งมีมวล 80 กิโลกรัม ยืนอยู่บนขอบของม้าหมุนเด็กเล่นที่อยู่นิ่งที่ระยะ 4 เมตร จากจุดศูนย์กลาง ชายคนนี้เดินไปตามขอบของม้าหมุนด้วยอัตราเร็ว 1 เมตร/วินาที เทียบกับพื้น การเคลื่อนที่นี้จะทำให้ม้าหมุน หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมกี่เรเดียน/วินาที ถ้าม้าหมุนมีโมเมนต์ความเฉื่อย 10000 กิโลกรัม.เมตร^2

1. 0.028 2. 0.032 3. – 0.028 4. – 0.032

www.pec9.com

37. ล้อวงกลมหมุนอยู่ในระนาบระดับโดยมีแกนหมุนอยู่ในแนวดิ่งดังรูปด้วยอัตราเร็วคงที่ โมเมนตัมเชิงมุมของล้อมีทิศใด



1. A
2. B
3. C
4. D

7.5 พลังงานจลน์ของการหมุน

พลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่แบบหมุนสามารถหาค่าได้จาก

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

เมื่อ E_k คือพลังงานจลน์ (จูล)

I คือโมเมนต์ความเฉื่อย (กิโลกรัม.เมตร^2)

ω คือความเร็วเชิงมุม (เรเดียน/วินาที)

เมื่อเปรียบเทียบกับการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่จะได้ว่า

$E_{k\ \text{การเลื่อนที่}} = \frac{1}{2} m v^2$ เทียบได้กับ $E_{k\ \text{การหมุน}} = \frac{1}{2} I \omega^2$

38. ม้าหมุนชุดหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนในแนวดิ่ง 900 กิโลกรัม.เมตร^2 ถ้าผลักให้หมุนในอัตรา 2 รอบต่อนาที จงหาพลังงานจลน์ของม้าหมุนนี้

1. 15.5 จูล
2. 18.8 จูล
3. 19.8 จูล
4. 28.5 จูล

7.6 การเคลื่อนที่ทั้งแบบเลื่อนที่และแบบหมุน

เนื่องจากการเคลื่อนที่ของวัตถุบางอย่างเช่นลูกบอล ล้อรถจักรยาน วัตถุเหล่านี้จะมีการเคลื่อนที่ทั้งแบบหมุนและแบบเลื่อนที่ไปด้วย เรียกว่าเป็น**การกลิ้ง** (rolling motion) การหาพลังงานจลน์ของการกลิ้งต้องหาทั้งพลังงานจลน์ของการเลื่อนที่และของการหมุนแล้วนำมารวมกัน

นั่นคือ $E_{k\ \text{การกลิ้ง}} = E_{k\ \text{การเลื่อนที่}} + E_{k\ \text{การหมุน}}$

$$E_{k\ \text{การกลิ้ง}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

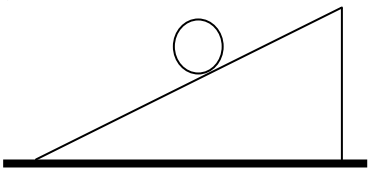
www.pec9.com

39. แผ่นไม้กลมมีรัศมี 0.5 เมตร มวล 2 กิโลกรัม และโมเมนต์ความเฉื่อย 0.25 กิโลกรัม.เมตร^2 เคลื่อนที่ในแนวตรง โดยมีความเร็วของศูนย์กลางมวล 4 เมตรต่อวินาที จงหาพลังงานจลน์ของแผ่นไม้นี้ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่โดยหมุนกลิ้งรอบศูนย์กลางมวล

1. 18 จูล 2. 20 จูล 3. 22 จูล 4. 24 จูล

40. แผ่นกลมมวล 1 กิโลกรัม รัศมี 0.2 เมตร มีโมเมนต์ความเฉื่อย 0.02 กิโลกรัม.เมตร^2 เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งลงมาตามพื้นเอียงดังรูป จนศูนย์กลางมวลต่ำกว่าเดิม 1 เมตร จงหาความเร็วสูงสุดของแผ่นกลมนี้เมื่อ

ก. เคลื่อนที่แบบไถล ข. เคลื่อนที่แบบกลิ้ง



1. ก. 1.35 เมตร/วินาที , ข. 2.22 เมตร/วินาที
2. ก. 1.35 เมตร/วินาที , ข. 3.65 เมตร/วินาที
3. ก. 4.47 เมตร/วินาที , ข. 2.22 เมตร/วินาที
4. ก. 4.47 เมตร/วินาที , ข. 3.65 เมตร/วินาที

www.pec9.com

41. ปล่อยวงล้อรัศมี 40 เซนติเมตร กลิ้งลงมาจากเนิน ณ. ตำแหน่งที่สูง 3.6 เมตร จงหาอัตราเร็วเชิงมุมเมื่อถึงปลายล่างเนิน

1. 15 เรเดียน/วินาที
2. 30 เรเดียน/วินาที
3. 45 เรเดียน/วินาที
4. 60 เรเดียน/วินาที

42. วงแหวนมวล 4 กิโลกรัม เส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เมตร กลิ้งขึ้นพื้นเอียงโดยไม่ไถล จุดศูนย์กลางมวลมีความเร็วต้น 10 เมตรต่อวินาที จะขึ้นไปได้สูงสุดในแนวดิ่งเป็นระยะทางกี่เมตร (g = 10 เมตร/วินาที^{2})

www.pec9.com

ตะลุยโจทย์ทั่วไป บทที่ 7 การเคลื่อนที่แบบหมุน

7.1 ปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการหมุน

1. ล้อหมุนอันหนึ่งหมุนครบรอบได้โดยใช้เวลา 2 วินาที จงหาอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของการหมุนล้อนี้ในหน่วยเรเดียนต่อวินาที

1. $\frac{\pi}{2}$ 2. π 3. 2π 4. 4π

2. ล้อหมุนอันหนึ่งหมุนด้วยความถี่คงที่ 60 รอบ/นาที จงหาอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของการหมุนล้อนี้ในหน่วยเรเดียนต่อวินาที

1. $\frac{\pi}{2}$ 2. π 3. 2π 4. 4π

3. วัตถุก้อนหนึ่งหมุนรอบตัวเองด้วยความเร็วเชิงมุม 2 เรเดียน/วินาที เมื่อให้แรงคู่ควบกระทำทางเดียวกับการหมุนปรากฏว่าวัตถุก้อนนั้นมีความเร่งเชิงมุม 2 เรเดียน/วินาที^{2} จงหาว่าถ้าให้แรงคู่ควบกระทำนาน 5 วินาที ความเร็วเชิงมุมของวัตถุเป็นเท่าใด

1. 10 เรเดียน/วินาที
2. 12 เรเดียน/วินาที
3. 14 เรเดียน/วินาที
4. 18 เรเดียน/วินาที

4. ล้อหน้าของรถจักรยานคันหนึ่งหมุนด้วยความเร่งเชิงมุมคงที่ 2 เรเดียน/วินาที^{2} ที่เวลา $t = 0$ วินาที ความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 5 เรเดียน/วินาที ความเร็วเชิงมุมของล้อมีค่าเท่าใดเมื่อ $t = 4$ วินาที

1. 7 เรเดียน/วินาที
2. 10 เรเดียน/วินาที
3. 13 เรเดียน/วินาที
4. 14 เรเดียน/วินาที

5. วงล้อวงหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เมตร เริ่มหมุนรอบแกนจากหยุดนิ่งด้วยแรงขนาดหนึ่งทำให้ล้อนั้นมีความเร็วปลาย 40 เรเดียน/วินาที ในเวลา 10 วินาที จงหาค่าความเร่งเชิงมุม

1. 4 เรเดียน/วินาที^{2}
2. 8 เรเดียน/วินาที^{2}
3. 12 เรเดียน/วินาที^{2}
4. 16 เรเดียน/วินาที^{2}

6. จากข้อที่ผ่านมา จงหามุมที่วงล้อนั้นกวาดไปได้

1. 100 เรเดียน 2. 200 เรเดียน 3. 300 เรเดียน 4. 400 เรเดียน

www.pec9.com

7. ล้ออันหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.4 เมตร หมุนจากหยุดนิ่งจนมีความเร็วเชิงมุมคงตัว 100 เรเดียนต่อวินาที ในเวลา 20 วินาที ให้หาความเร่งเชิงมุม และมุมที่หมุนไปได้ทั้งหมด

1. 5 เรเดียน/วินาที^{2} , 1000 เรเดียน
2. 5 เรเดียน/วินาที^{2} , 2000 เรเดียน
3. 10 เรเดียน/วินาที^{2} , 1000 เรเดียน
4. 10 เรเดียน/วินาที^{2} , 2000 เรเดียน

8. ล้ออันหนึ่งใช้เวลา 3 วินาที ในการหมุนไปเป็นมุมทั้งหมด 234 เรเดียน วัดความเร็วเชิงมุมขณะนั้นได้ 108 เรเดียน/วินาที จงหาความเร่งเชิงมุมของการหมุน

1. 20 เรเดียน/วินาที^{2}
2. 25 เรเดียน/วินาที^{2}
3. 30 เรเดียน/วินาที^{2}
4. 35 เรเดียน/วินาที^{2}

9. วงล้ออันหนึ่งกำลังหมุนด้วยอัตรา 10 รอบต่อวินาที ถ้าวงล้อนี้ถูกกระทำด้วยแรงคงที่ค่าหนึ่งแล้วหยุดนิ่งในเวลา 15 วินาที นับตั้งแต่แรงเริ่มกระทำจนถึงวงล้อหยุดหมุนวงล้อนี้หมุนไปได้ทั้งหมดกี่รอบ

1. 75 รอบ
2. 150 รอบ
3. 472 รอบ
4. 600 รอบ

10. ความเร็วเชิงมุมของล้ออันหนึ่งลดลงด้วยอัตราคงที่จาก 1000 รอบต่อนาที เหลือ 400 รอบต่อนาที ในเวลา 5 วินาที จงหาจำนวนรอบที่หมุนได้ในช่วงเวลา 5 วินาที

1. 56 รอบ
2. 50 รอบ
3. 90 รอบ
4. 58.33 รอบ

11. มอเตอร์ของพัดลมเครื่องหนึ่งกำลังหมุนด้วยอัตราเร็ว 900 รอบ/นาที แล้วค่อยๆ หมุนช้าลงอย่างสม่ำเสมอจนมีอัตราเร็ว 300 รอบ/นาที ในขณะที่หมุนไปได้ 50 รอบ จงหา

ก. ความเร่งเชิงมุม ข. เวลาที่ใช้ในการหมุนไป 50 รอบนี้

1. ก. 4π เรเดียน/วินาที^{2} ข. 5 วินาที
2. ก. 4π เรเดียน/วินาที^{2} ข. 10 วินาที
3. ก. -4π เรเดียน/วินาที^{2} ข. 5 วินาที
4. ก. -4π เรเดียน/วินาที^{2} ข. 10 วินาที

12. ล้อจักรยานมีรัศมี 20 เซนติเมตร เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 5 เมตร/วินาที จะมีอัตราเร็วเชิงมุมกี่เรเดียน/วินาที

1. 25
2. 50
3. 75
4. 100

www.pec9.com

13. มวล 0.5 กิโลกรัม เคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบจุดหมุนด้วยรัศมี 2 เมตร จากหยุดนิ่งจนมีความเร็วเชิงเส้น 20 เมตร/วินาที เมื่อเวลาผ่านไป 10 วินาที จงหาจำนวนรอบที่เคลื่อนที่ได้

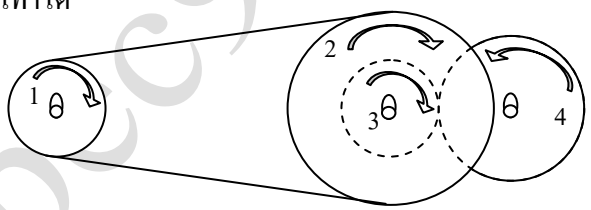
1. 5.56 รอบ 2. 6.68 รอบ 3. 7.96 รอบ 4. 8.86 รอบ

14. จักรยานคันหนึ่งเริ่มเคลื่อนที่ออกไปด้วยความเร่งเชิงมุม 2 เรเดียน/วินาที^{2} ถ้าล้อจักรยานมีรัศมี 0.5 เมตร จงหาระยะทางที่จักรยานเคลื่อนที่ได้ใน 10 วินาที นับจากเริ่มต้น

1. 25 เมตร 2. 50 เมตร 3. 75 เมตร 4. 100 เมตร

15. ต้องการส่งกำลังในรูปความเร็วเชิงมุมจากลูกรอกกลมหมายเลข 1 ไปยังลูกรอกกลมหมายเลข 4 โดยส่งกำลังผ่านสายพานไปยังลูกรอกที่ 2 ลูกรอกหมายเลข 2 และ 3 อยู่บนเพลาเดียวกัน ลูกรอกกลม 4 สัมผัสโดยตรงกับลูกรอกกลม 3 (ดูรูปประกอบ) ลูกรอกที่ 1 มีรัศมี 1 นิ้ว ลูกรอกที่ 2 เท่ากับ 3 นิ้ว ลูกรอกที่ 3 เท่ากับ 1.5 นิ้ว และลูกรอกที่ 4 มีรัศมี 2 นิ้ว ถ้าลูกรอกที่ 1 มีความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 10 เรเดียน/วินาที อยากทราบว่าลูกรอกที่ 4 จะหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมเท่าใด

1. 10 เรเดียน/วินาที
2. 7.5 เรเดียน/วินาที
3. 5 เรเดียน/วินาที
4. 2.5 เรเดียน/วินาที



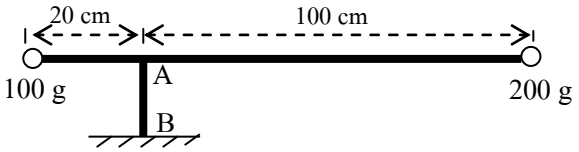
16. เจ้าของรถจักรยานยนต์คันหนึ่ง ไม่พอใจกับล้อรถขนาดมาตรฐานที่ได้มาพร้อมกับรถ จึงเปลี่ยนล้อทั้งสองให้มีขนาดเล็กลงจากเดิมที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 18 นิ้ว เป็นขนาด 15 นิ้ว ถ้าในขณะขับขี่รถจักรยานยนต์ด้วยล้อชุดใหม่นั้น เขาอ่านมาตรวัดความเร็วของรถได้ 60 กิโลเมตร/ชั่วโมง อยากทราบว่าความเร็วที่แท้จริงของรถในขณะนั้นมีค่าเท่าไร

1. 50 กิโลเมตร/ชั่วโมง
2. 60 กิโลเมตร/ชั่วโมง
3. 72 กิโลเมตร/ชั่วโมง
4. มีค่าระหว่าง 50 – 60 กิโลเมตร/ชั่วโมง

www.pec9.com

7.2 โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนสมมาตร

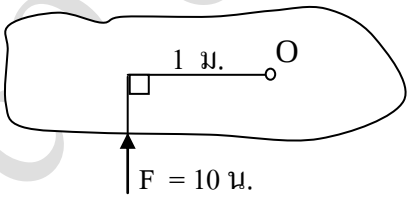
17. วัตถุมวล 100 กรัม และ 200 กรัม ติดอยู่กับปลายทั้งสองของแท่งโลหะเบายาว 120 เซนติเมตร ดังรูป จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน AB



1. 0.204 กิโลกรัม·เมตร^2
2. 1.204 กิโลกรัม·เมตร^2
3. 5.204 กิโลกรัม·เมตร^2
4. 6.204 กิโลกรัม·เมตร^2

7.3 ทอร์กกับการเคลื่อนที่แบบหมุน

18. จากรูป จงคำนวณหาทอร์ก เมื่อ F มีค่า 10 นิวตัน



1. 5 นิวตัน.เมตร
2. 10 นิวตัน.เมตร
3. 15 นิวตัน.เมตร
4. 20 นิวตัน.เมตร

19. ล้อวงหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุน 500 กิโลกรัม.เมตร^2 จงหาค่าทอร์กที่ทำให้วงล้อนี้หมุนด้วยความเร่งเชิงมุม 4 เรเดียน/วินาที^{2}

1. 500 นิวตัน.เมตร
2. 1000 นิวตัน.เมตร
3. 1500 นิวตัน.เมตร
4. 2000 นิวตัน.เมตร

20. จงหาทอร์กที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย 5 กิโลกรัม.เมตร^2 เริ่มหมุนจากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีอัตราเร็ว 7 รอบ/วินาที ใน 10 วินาที

1. 18 N.m
2. 20 N.m
3. 22 N.m
4. 24 N.m

21. จงหาทอร์กที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย 10 กิโลกรัม.เมตร^2 เริ่มหมุนจากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีความเร็วเชิงมุม 20 เรเดียน/วินาที ใน 5 เรเดียน

1. 400 นิวตัน.เมตร
2. 600 นิวตัน.เมตร
3. 800 นิวตัน.เมตร
4. 1000 นิวตัน.เมตร

www.pec9.com

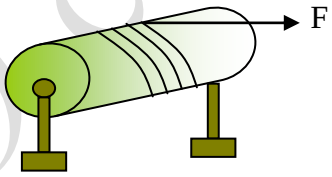
22. เครื่องยนต์ของเฮลิคอปเตอร์ลำหนึ่งส่งทอร์กขนาด 1000 นิวตัน-เมตร กระทำต่อใบพัดซึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อย 10 กิโลกรัม-เมตร^2 ให้หาว่าจะต้องใช้เวลานานเท่าใดจึงจะทำให้ความเร็วในการหมุนของใบพัดจาก 120 รอบ/นาที เป็น 360 รอบ/นาที

1. 2 นาที 24 วินาที
2. 3 นาที 15 วินาที
3. 4 นาที 16 วินาที
4. 0.25 วินาที

23. มู่เล่ตัวหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อย 3 กิโลกรัม เมตร^2 จงหาทอร์กคงที่ซึ่งจะทำให้อัตราเร็วของมู่เล่เพิ่มจาก 2 รอบ/วินาที เป็น 5 รอบ/วินาที ใน 6 รอบ

1. 25 นิวตัน.เมตร
2. 28 นิวตัน.เมตร
3. 33 นิวตัน.เมตร
4. 38 นิวตัน.เมตร

24. เชือกยาว 10 เมตร พันรอบแกนทรงกระบอกรัศมี 10 เซนติเมตร ซึ่งมีโมเมนต์ของความเฉื่อย 0.02 กิโลกรัม . เมตร^2 เมื่อเชือกได้รับแรงดึง 5 นิวตัน ถ้าการหมุนของทรงกระบอกไม่เกิดแรงเสียดทาน จงหาว่าเมื่อดึงเชือกจนหมด ทรงกระบอกจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมกี่เรเดียน/วินาที

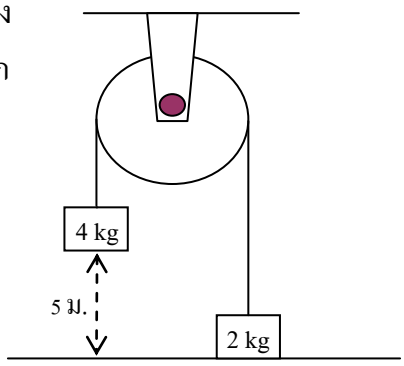


1. 50
2. $50\sqrt{2}$
3. 100
4. $100\sqrt{2}$

25. หินลับมีดอันหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อย 0.5 กิโลกรัม.เมตร^2 รัศมี 0.5 เมตร กำลังหมุนด้วยอัตรา 700 รอบ/วินาที ถ้านำวัตถุไปกดผิวของหินลับมีดในแนวที่ผ่านจุดศูนย์กลางของหินลับมีดด้วยแรงขนาด 500 นิวตัน ปรากฏว่าจะทำให้หินลับมีดหยุดหมุนได้ในเวลา 10 วินาที จงหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิวของหินลับมีดกับวัตถุที่กดนั้น

1. 0.68
2. 0.72
3. 0.88
4. 0.92

26. พิจารณาระบบรอกรัศมี 0.2 เมตร และมีโมเมนต์ของความเฉื่อย 0.4 กิโลกรัม.เมตร^2 ถ้าเชือกไม่ไถลบนรอก จงคำนวณหาความเร็วที่มวล 4 กิโลกรัม กระทบพื้น



1. 1.58 เมตร/วินาที
2. 3.54 เมตร/วินาที
3. 5.58 เมตร/วินาที
4. 8.96 เมตร/วินาที

www.pec9.com

7.4 โมเมนตัมเชิงมุมและอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมเชิงมุม

27. ถ้าเหวี่ยงมวล 0.2 กิโลกรัม ด้วยเชือกยาว 2 เมตร ให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับ ถ้าความเร็วเชิงมุมมีค่า 10 เรเดียน/วินาที จงหาโมเมนตัมเชิงมุมในหน่วยกิโลกรัม-. เมตร^2/วินาที

1. 8 2. 12 3. 16 4. 20

28. นำวัตถุมวล 1 กิโลกรัม ผูกติดกับปลายเชือกแล้วเหวี่ยงให้เป็นวงกลมด้วยความเร็วเชิงมุม 15 เรเดียน/วินาที ต่อมาดึงเชือกให้หดสั้นเข้าทำให้รัศมีวงกลมลดลงและมีความเร็วเชิงมุมเปลี่ยนเป็น 5 เรเดียน/วินาที ถ้าตอนแรกโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ 2.5 กิโลกรัม.เมตร^2 แล้วโมเมนต์ความเฉื่อยตอนหลังมีค่าเท่าใด

1. 2.5 กิโลกรัม.เมตร^2
2. 5.0 กิโลกรัม.เมตร^2
3. 7.5 กิโลกรัม.เมตร^2
4. 10.0 กิโลกรัม.เมตร^2

29. วัตถุมวล 50 กรัม ผูกติดกับปลายเชือกซึ่งลอดผ่านรูหลอดเล็กๆ ปลายเชือกข้างหนึ่งดึงยึดไว้ด้วยแรงค่าหนึ่งแล้วเหวี่ยงให้เป็นวงกลมรัศมี 1 เมตร ถ้าดึงเชือกให้รัศมีวงกลมเป็น 50 เซนติเมตร ทันที วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าไรในหน่วยเรเดียน/วินาที ถ้าเดิมมีอัตราเร็วเชิงมุม 6 เรเดียนต่อวินาที

30. ชายคนหนึ่งยืนบนแป้นหมุนซึ่งหมุนรอบแกนดิ่ง ชายคนนี้ขณะเหยียดแขนและแป้นหมุนมีโมเมนต์ความเฉื่อย 12 กิโลกรัมเมตร^2 เมื่อหมุนแป้นจนกระทั่งมีอัตราเร็ว 5 รอบต่อนาที แล้วเขาหดแขนลง พบว่าแป้นหมุนหมุนด้วยอัตราเร็ว 6 รอบ/นาที โมเมนต์ความเฉื่อยขณะนั้นมีค่ากี่กิโลกรัม.เมตร^2

1. 1 2. 5.0 3. 8 4. 10.0

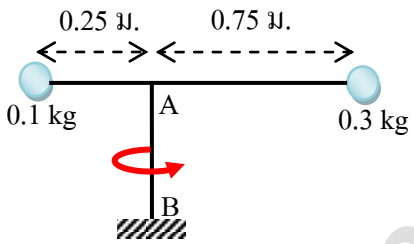
31. ชายคนหนึ่งยืนบนแป้นหมุนซึ่งหมุนรอบแกนดิ่ง ชายคนนี้และแป้นหมุนมีโมเมนต์ความเฉื่อย 8.0 กิโลเมตร. เมตร^2 มือแต่ละข้างถือดัมเบลไว้ข้างละอัน ดัมเบลแต่ละอันมีมวล 2.0 กิโลกรัม เหยียดแขนให้มวลดัมเบลอยู่ห่างจากแกนหมุน 1.0 เมตร แล้วหมุนแป้นจนมีอัตราเร็ว 5.0 รอบ/นาที ต่อไปหดแขนให้ดัมเบลอยู่ห่างจากแกนหมุน 20.0 เซนติเมตร จงหาว่าแป้นจะหมุนด้วยอัตราเร็วกี่รอบต่อนาที

1. 6.0 รอบ/นาที
2. 6.2 รอบ/นาที
3. 6.6 รอบ/นาที
4. 7.3 รอบ/นาที

www.pec9.com

7.5 พลังงานจลน์ของการหมุน

32(แนว En) วัตถุมวล 0.1 กิโลกรัม และ 0.3 กิโลกรัม ติดอยู่กับปลายทั้งสองของแท่งโลหะเบายาว 1.00 เมตร ดังรูป จงหาพลังงานจลน์ของการหมุน ถ้าแท่งโลหะหมุนรอบแกน AB 5 เรเดียน/วินาที



1. 2.19 J 2. 5.63 J 3. 7.50 J 4. 15.0 J

33. วัตถุมวล m มีโมเมนต์ความเฉื่อย I และมีโมเมนตัมเชิงมุม L จะมีพลังงานจลน์เท่าใด

1. $\frac{I}{2L^2}$ 2. $\frac{mI^2}{2L}$ 3. $\frac{L^2}{2I}$ 4. $\frac{mL^2}{2I}$

7.6 การเคลื่อนที่ทั้งแบบเลื่อนที่และแบบหมุน

34. แผ่นไม้กลมมีรัศมี 0.5 เมตร มวล 2 กิโลกรัม และโมเมนต์ความเฉื่อย 0.25 กิโลกรัม-เมตร^2 เคลื่อนที่ในแนวตรง โดยมีความเร็วของศูนย์กลางมวล 4 เมตรต่อวินาที จงหาพลังงานจลน์ของแผ่นไม้นี้

ก. เคลื่อนที่บนพื้นเกลี้ยง (ไม่มีแรงเสียดทาน)

ข. เคลื่อนที่โดยหมุนรอบศูนย์กลางมวล

1. ก. 16 จูล , ข. 24 จูล 2. ก. 18 จูล , ข. 32 จูล
3. ก. 16 จูล , ข. 32 จูล 4. ก. 18 จูล , ข. 24 จูล

35. แผ่นไม้กลมมีรัศมี 1 เมตร มวล 4 กิโลกรัม และโมเมนต์ความเฉื่อย 1 กิโลกรัม.เมตร^2 เคลื่อนที่ในแนวตรง โดยมีความเร็วของศูนย์กลางมวล 4 เมตรต่อวินาที จงหาพลังงานจลน์ของแผ่นไม้นี้ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่โดยหมุนกลิ้งรอบศูนย์กลางมวล

1. 10 จูล 2. 20 จูล 3. 30 จูล 4. 40 จูล

www.pec9.com

36. ยางรถยนต์อันหนึ่งรัศมี 0.3 เมตร มวล 3.5 กิโลกรัม กำลังกลิ้งไปตามพื้นราบอย่างสม่ำเสมอโดยไม่มีการไถล ศูนย์กลางมวลของล้อมีความเร็ว 0.6 เมตรต่อวินาที จงหาพลังงานจลน์ของล้อในการกลิ้งมีค่าเท่าใด กำหนดให้โมเมนต์ของความเฉื่อยของล้อมีค่า 0.185 กิโลกรัม.ตารางเมตร

1. 0.63 จูล 2. 1.00 จูล 3. 1.63 จูล 4. 2.03 จูล

37. แผ่นไม้กลมแบนรัศมี 3 เมตร มีมวล 10 กิโลกรัม กำลังกลิ้งไปตามพื้นราบอย่างสม่ำเสมอโดยไม่มีการไถล ศูนย์กลางมวลของแผ่นไม้มีความเร็ว 3 เมตรต่อวินาที พลังงานจลน์ของแผ่นไม้ในการกลิ้งมีค่าเท่าใด กำหนดให้ โมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นไม้เท่ากับ 90 กิโลกรัม.เมตร^2

1. 90 จูล 2. 120 จูล 3. 150 จูล 4. 180 จูล

38(แนว มช) แผ่นไม้กลมแบนรัศมี 8.0 เซนติเมตร มวล 280 กรัม กำลังกลิ้งไปตามพื้นราบอย่างสม่ำเสมอโดยไม่มีการไถล ศูนย์กลางมวลของแผ่นไม้มีความเร็ว 0.16 เมตร/วินาทีพลังงานจลน์ของแผ่นไม้ในการกลิ้งครั้งนี้ รวมทั้งสิ้นมีค่าเท่าใด กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นไม้เท่ากับ 9.0×10^{-4} กิโลกรัม.เมตร^2

1. 1.8×10^{-3} จูล 2. 3.58×10^{-3} จูล
3. 5.38×10^{-3} จูล 4. 7.18×10^{-3} จูล

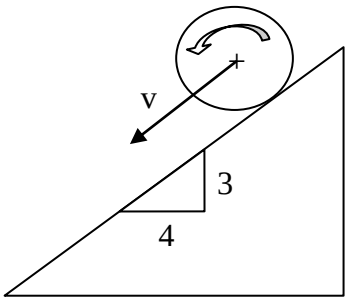
39. แผ่นไม้กลมแบนรัศมี 0.5 เมตร มวล 4 กิโลกรัม มีโมเมนต์ความเฉื่อย 0.5 กิโลกรัม . - เมตร^2 กำลังกลิ้งไปบนพื้นราบสม่ำเสมอโดยไม่มีการไถล ขณะที่แผ่นกลมมีพลังงานจลน์เป็น 12 จูลนั้น จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นกลมมีอัตราเร็วเป็นกี่เมตร/วินาที

40. ท่อทรงกระบอกกลวงกลิ้งไปตามพื้นระดับโดยไม่ไถล จงหาอัตราส่วนระหว่างพลังงานจลน์ของการหมุนต่อพลังงานจลน์ของการเลื่อนตำแหน่ง ($I_{\text{ทรงกระบอก}} = mr^2$)

1. $\frac{1}{2}$ 2. 1 3. 2 4. 4

www.pec9.com

41. แผ่นโลหะกลมแบนรัศมี 20 เซนติเมตร มวล 10 กิโลกรัม กลิ้งลงมาตามพื้นเอียงดังรูป โดยเริ่มต้นจากสภาวะหยุดนิ่ง จงหาความเร็ว v ของแผ่นโลหะนี้เมื่อกลิ้งระยะทาง 50 เซนติเมตร ตามแนวบนระนาบเอียง ให้โมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นโลหะรอบแกนหมุนเท่ากับ 0.4 กิโลกรัม.เมตร^2 และสมมติให้การกลิ้งบนพื้นเอียงไม่มีการลื่นไถล

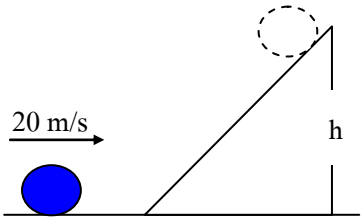


1. $\sqrt{3}$ เมตร/วินาที
2. $\sqrt{5}$ เมตร/วินาที
3. $\sqrt{6}$ เมตร/วินาที
4. $\sqrt{10}$ เมตร/วินาที

42. แผ่นกลมแบนมวล 30 กิโลกรัม รัศมี 50 เซนติเมตร มีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ 6.5 กิโลกรัม.เมตร^2 เมื่อปล่อยให้กลิ้งลงมาตามพื้นซึ่งเอียงทำมุม 30^o เทียบกับแนวระดับ จงหาอัตราเร็วเชิงมุมของแผ่นกลมขณะกลิ้งลงได้ระยะ 2 เมตร ตามพื้นเอียง

1. $10\sqrt{\frac{1}{7}}$ เรเดียน/วินาที
2. $10\sqrt{\frac{2}{7}}$ เรเดียน/วินาที
3. $10\sqrt{\frac{3}{7}}$ เรเดียน/วินาที
4. $10\sqrt{\frac{4}{7}}$ เรเดียน/วินาที

43. วัตถุทรงกลมมวล m กลิ้งไปบนพื้นราบด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ขึ้นไปบนพื้นเอียงดังรูป เมื่อไม่คิดการไถลวัตถุจะขึ้นไปได้สูงสุดจากพื้นกี่เมตร กำหนดให้โมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกลม = $\frac{2}{5}$ mr^2



1. 10 เมตร
2. 28 เมตร
3. 32 เมตร
4. 64 เมตร

44. ห่วงวงกลมอันหนึ่งกลิ้งลงตามพื้นเอียงโดยไม่มีการไถล ขณะที่ห่วงเคลื่อนที่ลงมาถึงปลายพื้นเอียง ห่วงจะมีพลังงานจลน์ของการหมุนเท่ากับกี่เท่าของพลังงานจลน์ทั้งหมด

1. $\frac{1}{4}$
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{2}$
4. $\frac{2}{3}$

เฉลยบทที่ 7 การเคลื่อนที่แบบหมุน

1. ตอบข้อ 2.	2. ตอบข้อ 2.	3. ตอบข้อ 2.	4. ตอบข้อ 4.
5. ตอบข้อ 2.	6. ตอบข้อ 3.	7. ตอบข้อ 1.	8. ตอบข้อ 1.
9. ตอบข้อ 3.	10. ตอบข้อ 4.	11. ตอบข้อ 1.	12. ตอบข้อ 4.
13. ตอบข้อ 4.	14. ตอบข้อ 4.	15. ตอบข้อ 4.	16. ตอบข้อ 4.
17. ตอบข้อ 3.	18. ตอบข้อ 3.	19. ตอบข้อ 1.	20. ตอบข้อ 3.
21. ตอบข้อ 1.	22. ตอบข้อ 3.	23. ตอบข้อ 3.	24. ตอบข้อ 3.
25. ตอบข้อ 4.	26. ตอบข้อ 4.	27. ตอบข้อ 1.	28. ตอบข้อ 4.
29. ตอบข้อ 3.	30. ตอบข้อ 2.	31. ตอบข้อ 2.	32. ตอบข้อ 3.
33. ตอบข้อ 3.	34. ตอบ 12	35. ตอบข้อ 3.	36. ตอบข้อ 4.
37. ตอบข้อ 2.	38. ตอบข้อ 3.	39. ตอบข้อ 4.	40. ตอบข้อ 4.
41. ตอบข้อ 1.	42. ตอบ 10		

www.pec9.com

เฉลยตะลุยโจทย์ทั่วไป บทที่ 7 การเคลื่อนที่แบบหมุน

1. ตอบข้อ 2.	2. ตอบข้อ 3.	3. ตอบข้อ 2.	4. ตอบข้อ 3.
5. ตอบข้อ 1.	6. ตอบข้อ 2.	7. ตอบข้อ 1.	8. ตอบข้อ 1.
9. ตอบข้อ 1.	10. ตอบข้อ 4.	11. ตอบข้อ 3.	12. ตอบข้อ 1.
13. ตอบข้อ 3.	14. ตอบข้อ 2.	15. ตอบข้อ 4.	16. ตอบข้อ 3.
17. ตอบข้อ 1.	18. ตอบข้อ 2.	19. ตอบข้อ 4.	20. ตอบข้อ 2.
21. ตอบข้อ 1.	22. ตอบข้อ 4.	23. ตอบข้อ 3.	24. ตอบข้อ 2.
25. ตอบข้อ 3.	26. ตอบข้อ 2.	27. ตอบข้อ 1.	28. ตอบข้อ 3.
29. ตอบ 24	30. ตอบข้อ 4.	31. ตอบข้อ 4.	32. ตอบข้อ 1.
33. ตอบข้อ 3.	34. ตอบข้อ 1.	35. ตอบข้อ 4.	36. ตอบข้อ 2.
37. ตอบข้อ 1.	38. ตอบข้อ 3.	39. ตอบ 2	40. ตอบข้อ 2.
41. ตอบข้อ 1.	42. ตอบข้อ 3.	43. ตอบข้อ 2.	44. ตอบข้อ 3.

www.pec9.com